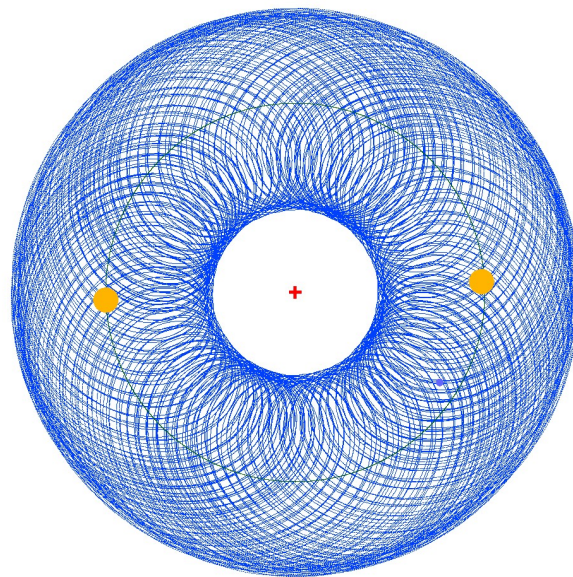


ŠOLSKI CENTER VELENJE
GIMNAZIJA VELENJE
TRG MLADOSTI 3, 3320 VELENJE
MLADI RAZISKOVALCI ZA RAZVOJ ŠALEŠKE DOLINE

RAZISKOVALNA NALOGA
TATOOINE IN PODOBNI PLANETI
Tematsko področje: FIZIKA



Avtor:
Luka Jevšenak, 3. letnik

Mentor:
Peter Jevšenak, univ. dipl. inž. fizike

Velenje, 2017

Raziskovalna naloga je bila opravljena na Gimnaziji Velenje.

Mentor: Peter Jevšenak, univ. dipl. inž. fizike

Datum predavitve:

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

ŠD Gimnazija Velenje, šolsko leto 2016/2017

KG dvozzvezdje / orbite / kritična orbita planeta

AV JEVŠENAK, Luka

SA JEVŠENAK, Peter

KZ 3320 Velenje, SLO, Trg mladosti 3

ZA Gimnazija Velenje

LI 2017

IN **TATOOINE IN PODOBNI PLANETI**

TD Raziskovalna naloga

OP

IJ SL

JI sl / en

AI Dvozzvezdja so prevladujoč primer sončnega sistema v naši galaksiji. V dvozzvezdju se zvezdi gibljeta okoli skupnega težišča po krožnih ali eliptičnih tirih in v svoji okolici ustvarjata spreminjajoče se gravitacijsko polje. Zaradi tako dinamičnih pogojev planeti v takem sistemu ne morejo obstajati kjerkoli. Glede na njihovo lego in tir jih ločimo na dva tipa: v tip P spadajo planeti, ki krožijo na oddaljenih orbitah zunaj dvozzvezdja, v tip S pa planeti, ki krožijo okoli ene zvezde v notranjem območju dvozzvezdja. Za izračun tira planeta je potrebno najprej poznati natančno lego zvezd v odvisnosti od časa. Pri eliptičnih orbitah zvezd sem se oprl na orbitalno mehaniko, pri določanju planetarne orbite pa sem se lahko nato zanesel na lastne izkušnje tako v zvezi z gravitacijo kot programiranjem v jeziku C++. Napisal sem računalniški program, ki pri izbranih začetnih pogojih, kot so tip dvozzvezdja, oddaljenost in hitrost planeta, izračunava in sproti riše tire vseh teles v simulaciji v ravnini kroženja. To mi je omogočilo iskanje in določanje kritičnih orbit za oba tipa planetov. Med območjem popolne stabilnosti in popolne nestabilnosti je pri obeh tipih prisotno kaotično območje, ko se izmenjujejo stabilne in nestabilne orbite. Svoje vrednosti kritičnih orbit sem primerjal s podatki iz literature. Od 35 določenih kritičnih orbit za oba tipa planetov v najrazličnejših tipih dvozzvezdij se je 33 vrednosti ujemalo z natančnostjo 20 % s podatki v literaturi. Dokazal pa sem tudi obstoj kaotičnega območja, katerega širina obsega povprečno 20 % kritične orbite, kar sem izbral za mero svoje natančnosti. Do večjega neujemanja je prišlo samo pri močno ekscentričnih orbitah zvezd pri tipu S. V teh primerih je težko »na oko« določiti mejo med stabilnostjo in kaotičnostjo tira, planet pa je podvržen velikim spremembam sil in pospeškov. Spremljanje simulacij stabilnih orbit postreže z zanimivim ponavljanjem vzorcev, ki zapolnjujejo nastajajoči krog ali kolobar, pri nestabilnih orbitah pa se pokaže prava narava gravitacije. Spremljamo lahko vpliv mase in razdalje na privlak med telesi, ohranitev kinetične in potencialne energije, destabilizacijo orbite planeta, zamenjavo zvezde, okoli katere kroži, in nazadnje tudi izmet iz sistema.

KEY WORD DOCUMENTATION

ND Gimnazija Velenje, 2016/2017
CX binary stars / orbits / critical orbits of planets
AU JEVŠENAK, Luka
AA JEVŠENAK, Peter
PP 3320 Velenje, SLO, Trg mladosti 3
PB Gimnazija Velenje
PY 2017

TI TATOONINE LIKE PLANETS

DT Research work
NO
LA SL
AL sl / en

AB Binary star systems are probably the most frequent star environments in our galaxy. In binaries, the two stars are moving around their common centre of mass. The orbits of the stars can be circular or elliptical. The result is ever changing gravity field in the surroundings. Where can a man find planets in such a dynamic environment? There are two options: the P-type planets circle around in far orbits outside the binary and the S-type planets orbit around one star inside the binary. To calculate the orbit of a planet, we have to know how the exact position of both stars change during a period of time. I have found a solution for that problem in Orbital mechanics. After that, I could count on my own experience and knowledge about gravity and C++ programming language. I have created a computer program, which draws paths of all celestial bodies in the simulation during the simulated period of time, due to various initial conditions. Program offered me a possibility to look for critical orbits for both types of planets. Between the region of total stability and total instability, there is a chaotic region, where stable and unstable orbits of the planets take turn. I could compare my values of critical orbits with the data from literature. From 35 determined critical orbits, 33 have matched with 20% accuracy (the width of the chaotic region is approximately 20% of the critical orbit). I have also proved the existence of the chaotic region for both types of planets. Larger deviations turned up only with S-type planets in highly eccentric orbits of the stars. The changes in acceleration of a planet are enormous in such binaries. The simulations of stable orbits show us interesting patterns, fulfilling a circle or a ring. However, the unstable orbits show us the true nature of gravity. We can observe the influence of mass and distance on the attractive gravity force, conservation of kinetic and potential energy, planets switching the star to circle around and finally planet launch outside the system.

KAZALO

1	UVOD	1
2	PREGLED OBJAV	3
2.1	Dvojne zvezde	3
2.2	Orbitalna mehanika	3
2.3	Velika polos dvozvezdja (oznaka a_D)	5
2.4	Planeti v dvozvezdijh in kritične orbite	6
3	METODE DELA	9
3.1	Dvozvezdja	9
3.2	Planeti	9
4	REZULTATI	10
4.1	Tip P	10
4.2	Tip S	13
4.3	Zanimive sledi planetov	18
5	RAZPRAVA	20
6	ZAKLJUČEK	21
7	POVZETEK	22
8	ZAHVALA	23
9	PRILOGE	24
9.1	Zvezde	24
10	VIRI IN LITERATURA	26

KAZALA SLIK, TABEL IN GRAFOV

Slika 1:	Sončni zahod na Tatooninu	1
Slika 2:	Razmerje mas $m_1 : m_2 = 1 : 1$, krožni tir in eliptični tir ($e = 0,5$)	4
Slika 3:	$m_1 : m_2 = 3 : 7$, krožni tir in eliptični tir ($e = 0,5$)	4
Slika 4:	Elipsa z očrtano krožnico ter kota φ in E	5
Slika 5a in 5b:	m_1 v središču (a) in težišče v središču (b).	6
Slika 6:	Prikaz začetne postavitve	10
Slika 7:	Stabilna orbita za primer $\mu = 0,5$ ($1 : 1$) in $e = 0,5$	10
Slika 8:	Približevanje kritični orbiti za primer $\mu = 0,5$ ($1 : 1$) pri $e = 0,5$	11
Slika 9:	Presežena kritična orbita za primer $\mu = 0,5$ ($1 : 1$) in $e = 0,5$	11
Slika 10:	Stabilnost orbit pri $4,0 a_D$, kaotičnost pri $3,9 a_D$ in ponovno stabilnost pri $3,6 a_D$	13
Slika 11:	Retrogradni 'trikotna' in 'kvadratna' orbita	13
Slika 12:	Pentlje planeta pri gibanju okoli ene zvezde pri krožnem in eliptičnem tiru zvezd	14
Slika 13:	Prikazuje isti dvozvezdji kot slika 12	14
Slika 14:	$\mu = 0,3$, $e = 0,5$. Druga zvezda pri vsakem prehodu periapsa spremeni orbito planeta	15
Slika 15:	$\mu = 0,5$, $e = 0,0$, retrogradno. Triperesna deteljica v eni perspektivi je lahko jajce v drugi ...	16
Slika 16:	$\mu = 0,5$, $e = 0,0$. Pentlji se preoblikujeta v oko.	16

Slika 17: $\mu = 0,7$, $e = 0,5$. Zvezda zaradi eliptične orbite v periapsu pobegne planetu	17
Slika 18: $\mu = 0,8$, $e = 0,3$. Težja zvezda moti orbito planeta okoli lažje zvezde	17
Slika 19: Razvoj triperesne deteljice v popolno rozeto po 10, 25, 70 in 100 periodah	18
Slika 20: Cvetlica v nastajanju; razmerje mas 1 : 3, lažja zvezda v središču, retrogradno	18
Slika 21: Nadaljevanje slike 20, razvoj cvetlice v rozeto, časi 10, 60 in 150 period	19
Slika 22: $\mu = 0,9$, $e = 0,5$. Opaziš miško?.....	19
Slika 23: $\mu = 0,9$, $e = 0,5$. Ribica ali duhec?	19
Slika 24: Primer prikaza na zaslonu računalnika ob zagonu programov.....	25

Tabela 1: Spodnja kritična orbita v enotah velike polosi dvoezvdja za pare (μ , e); čas integracije 10 000 obhodnih dob [4].....	7
--	---

Tabela 2: Zgornja kritična orbita v enotah velike polosi dvoezvdja za pare (μ , e); čas integracije 10 000 obhodnih dob [4].....	8
--	---

Tabela 3: Primerjava mojih vrednosti SKO z vrednostmi v literaturi : razmerje mas 1 : 1, različne ekscentričnosti zvezdnih orbit.....	12
---	----

Tabela 4: Primerjava mojih vrednosti SKO z vrednostmi v literaturi : razmerje mas 3 : 7, različne ekscentričnosti zvezdnih orbit.....	12
---	----

Tabela 5: Primerjava mojih vrednosti SKO z vrednostmi v literaturi : ekscentričnosti $e = 0,5$, različna razmerja mas	12
--	----

Tabela 6: Primerjava mojih vrednosti ZKO z vrednostmi v literaturi : krožne orbite $e = 0,0$, različna masna razmerja zvezd	15
--	----

Tabela 7: Primerjava mojih vrednosti ZKO z vrednostmi v literaturi : razmerje mas 3 : 7, različne ekscentričnosti zvezdnih orbit. Planet spreminja orbito*	15
--	----

Graf 1: Odvisnost kritične orbite planeta tipa P od ekscentričnosti tira zvezd za primer $\mu = 0,5$; čas integracije 300 obhodnih dob [3].....	7
--	---

Graf 2: Odvisnost kritične orbite planeta tipa S od eliptičnosti tira zvezd za primer $\mu = 0,5$; čas integracije 300 obhodnih dob [5].....	8
---	---

1 UVOD

V znanstvenofantastični filmski sagi Vojna zvezd se znaten del zgodbe odvija na planetu Tatooine. Njegova posebnost je ta, da lahko prebivalci tega planeta vidijo dve sonci. Če so bili v osemdesetih letih prejšnjega stoletja planeti v dvozvezdijh samo znanstvenofantastični konstrukt, potem danes, v dobi odkrivanja eksoplanetov, vemo, da taki planeti resnično obstajajo. Se je pa tudi v znanstvenih krogih za planete v dvozvezdijh prijel izraz »Tatooine like planets« – planeti kot Tatooine.



Slika 1: Sončni zahod na Tatooinu, <http://imgur.com/a/HqrYe>

Dvozvezdni sistem je veliko bolj dinamičen od sistema z eno zvezdo v težišču, kot je primer v našem sončnem sistemu. Dve zvezdi krožita okoli skupnega težišča in ustvarjata spreminjajoče se gravitacijsko polje, ki lahko deluje uničujoče na stabilnost orbit planetov. Kje torej iskati planete v dvozvezdijh? Možnosti sta dve. Prva je, da je orbita planeta tako daleč stran od težišča in zvezd, da lahko zvezdi smatramo kot eno telo s skupno maso v težišču. Planete s takimi orbitami imenujemo tip P (kot planetarni tip). Drugo možnost pa predstavljajo planeti, ki krožijo tako blizu ene zvezde, da druga predstavlja samo manjšo motnjo. Planete v teh bližnjih orbitah imenujemo tip S (kot satelitski tip). Če torej orbito planeta tipa P približujemo težišču, so spremembe v gravitacijskem polju zaradi gibajočih se zvezd vse večje, in pri neki kritični oddaljenosti orbita postane nestabilna. Obratno je pri orbitah planetov tipa S. Ko se orbita odmika od matične zvezde, je spreminjajoči vpliv druge zvezde vse močnejši in pri neki kritični oddaljenosti orbita postane nestabilna. Pri obeh tipih je med območjema popolne stabilnosti in popolne nestabilnosti še tako imenovano kaotično področje: stabilne in nestabilne orbite se izmenjujejo z majhnimi spremembami v oddaljenost planeta od težišča, kot tudi pri isti oddaljenosti, a drugačni začetni legi planeta glede na zvezdi.

Astronomi so v preteklosti za pomoč pri iskanju eksoplanetov že opravili množico računalniških simulacij in za različne tipe dvozvezdij (različna masna razmerja, različne ekscentričnosti zvezdnih orbit) določili kritične vrednosti planetarnih orbit. Zanimalo me je, če lahko z malo razširjenim srednješolskim znanjem fizike in matematike napišem svoj

računalniški program, ki bo simuliral orbite planetov v dvoezvdjih. V preteklosti sem se že ukvarjal s simulacijo gravitacije teles, naslednji korak pa je, da pogledam učinke gravitacije na gibanje, torej orbite teles. Izbral sem si planete dvoezvdja, ker se obeta obilo možnosti in nenavadnih orbit, natančnost svojih simulacij pa lahko preverim na podatkih o kritičnih orbitah v literaturi.

Postavil sem tri hipoteze, ki sem jih preverjal s svojimi programi, napisanimi v jeziku C++.

1. Spodnja kritična orbita za planete tipa P se bo v okviru natančnosti ujemala s podatki, navedenimi v literaturi.
2. Zgornja kritična orbita za planete tipa S se bo v okviru natančnosti ujemala s podatki, navedenimi v literaturi.
3. Potrditev obstoja kaotičnega območja na meji med popolno stabilnostjo in popolno nestabilnostjo.

V računalniških simulacijah se izvaja nepredstavljava količina računskih operacij, zato bi napako zelo težko ocenil. Za kriterij natančnosti sem si zato izbral širino kaotičnega območja iz literature. Ta v povprečju znaša petino kritične orbite. Pri 1. in 2. hipotezi bom tako zadovoljen, če moji rezultati ne bodo odstopali za več kot 20 %.

2 PREGLED OBJAV

2.1 Dvojne zvezde

Sir William Herschel (1738—1822) je bil prvi astronom, ki je opazil, da obstaja mnogo parov bližnjih zvezd in jih tudi sistematično zapisoval. V njegovem katalogu se je število dvojnih zvezd ustavilo pri številki 703. V dvojnem sistemu dve zvezdi krožita okoli skupnega težišča in sta medsebojno gravitacijsko vezani. Kolikšen je delež dvozvezdij glede na vse sončne sisteme, je iz literature težko oceniti. Ocene se gibljejo od 33 % pa vse tja do 85 %. Pri tem velja, da v literaturi novejšega datuma najdemo višje deleže. Rečemo lahko, da je v naši galaksiji dvozvezdije prevladujoč primer sončnega sistema. Astronomi so potrdili obstoj tudi tri-, štiri- ali celo šestzvezdij. Dvozvezdja so za astronome izjemnega pomena, saj lahko iz merljivih parametrov zelo natančno določijo maso zvezd. Dvozvezdja se lahko med seboj zelo razlikujejo tako po masi, ekscentričnosti tirov, razdalji med zvezdama in obhodnim časom. Zvezdi v paru sta lahko tako blizu skupaj, da med njima prihaja do izmenjave snovi, lahko pa sta več tisoč astronomskih enot narazen in imata obhodni čas več sto let.

Glede na to, kako astronomi opazijo oziroma izmerijo, da gre v posameznem primeru za dvozvezdije, ločimo več tipov.

Vidno dvozvezdije: s pogledom skozi teleskop vidimo zvezdi vsako zase in z opazovanjem na dolgi rok lahko določimo obhodni čas. Med amaterskimi astronomi so najbolj priljubljene tarče Albiero v Labodu, Almach v Andromedi, Mizar v Velikem vozu ...

Če sta zvezdi daleč od Zemlje ali pa preblizu skupaj, ju s teleskopi ne moremo ločiti. V tem primeru si lahko pomagamo z Dopplerjevim premikom spektralnih črt.

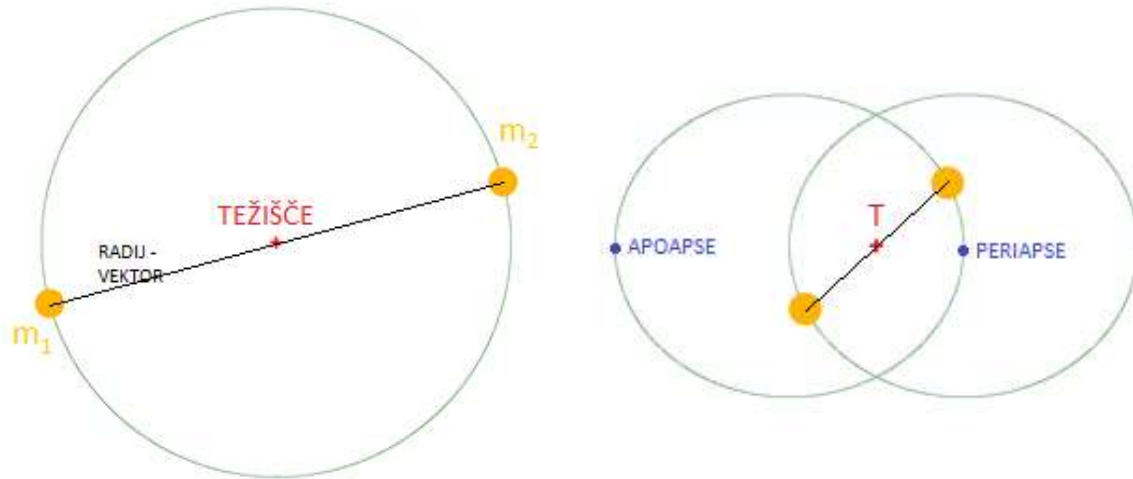
Spektralno dvozvezdije: zaradi gibanja zvezde proti nam in stran od nas se frekvenca črt v spektru periodično spreminja.

Prekrivno dvozvezdije (eclipsing binary): če zvezdi krožita točno v ravnini našega pogleda, potem vsake toliko časa ena zvezda pride pred drugo in jo zakrije delno ali v celoti in izsev se zmanjša. To lahko zaznamo s fotometričnimi meritvami.

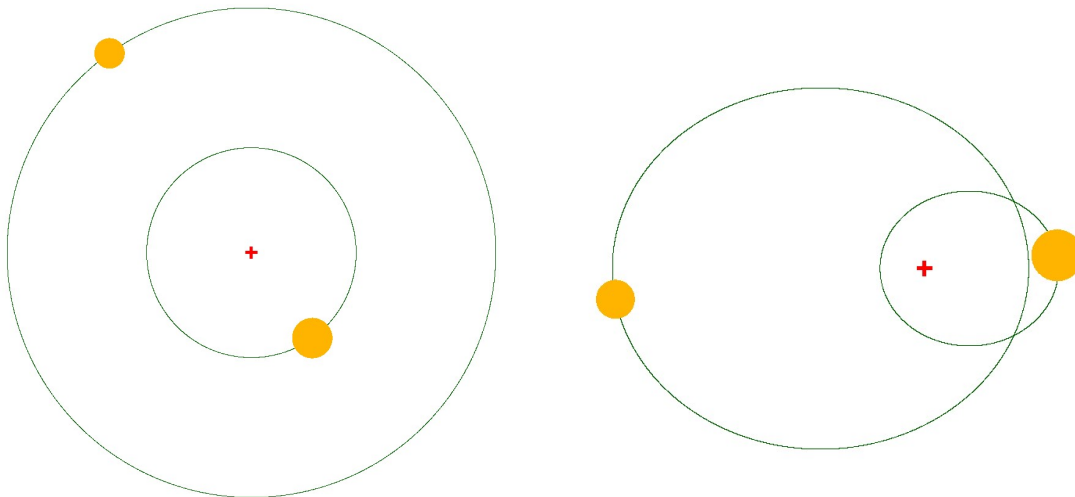
Astrometrično dvozvezdije: na obstoj šibke spremljevalke lahko kažejo periodične motnje ali nihaji v sicer pravilnem gibanju zvezde [1].

2.2 Orbitalna mehanika

Zvezdi v dvozvezdju krožita okoli skupnega težišča. Tira sta lahko krožna ali eliptična. Položaj zvezd je vedno takšen, da gre radij – vektor, ki povezuje zvezdi, skozi težišče. Če sta masi zvezd enaki, potem je tudi razdalja obeh zvezd do težišča enaka. Če ima ena zvezda dvakrat večjo maso, potem je ves čas dvakrat bližje težišču. Pri krožnih tirih je hitrost zvezd ves čas enaka, pri eliptičnih pa hitrost narašča, ko se zvezda približuje težišču (maksimalna vrednost je dosežena v periapsu) in pada, ko se od težišča oddaljuje (minimalna vrednost v apoapsu, slika 2).

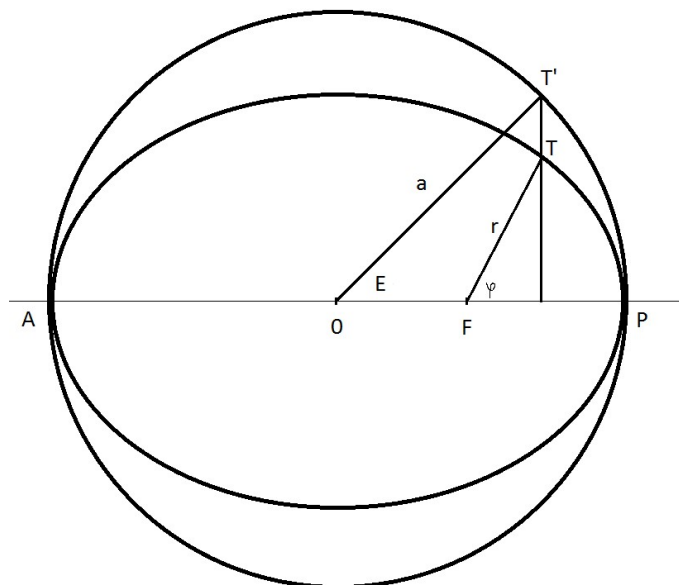


Slika 2: Razmerje mas $m_1 : m_2 = 1 : 1$, krožni tir in eliptični tir ($e = 0,5$)



Slika 3: $m_1 : m_2 = 3 : 7$, krožni tir in eliptični tir ($e = 0,5$)

Za uspešno določanje tira planeta potrebujemo v vsakem trenutku natančno lego zvezd v ravnini kroženja. Krožne orbite so lažje obvladljive. Ker sta razdalji obeh zvezd do težišča konstantni in ker se v enakih časovnih intervalih polarni kot φ poveča za enak korak, določimo samo še začetne pogoje in se lahko lotimo simulacije. Vse to pa se spremeni pri eliptičnih orbitah. Zapišemo lahko enačbo orbite, ki nam podaja lego ene zvezde, ki kroži po elipsi okoli druge zvezde v gorišču, v odvisnosti od polarnega kota. Vendar pa se ta kot v zaporednih časovnih korakih neenakomerno spreminja zaradi spreminjajoče hitrosti telesa na eliptičnem tiru. Na sliki 4 je točka F gorišče, točka 0 središče elipsi očrtanega kroga, r razdalja med zvezdama, a polmer kroga, φ polarni kot in E kot z imenom ekscentrična anomalija [2].



Slika 4: Elipsa z očrtano krožnico ter kota φ in E

Kota φ in E povezuje enačba

$$\tan \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan \frac{E}{2} \quad (1),$$

kjer je e numerična ekscentričnost elipse. Numerično ekscentričnost dobimo z razmerjem razdalj OF in OP ter zavzema vrednosti $0 \leq e < 1$. Kot M z imenom povprečna anomalija (kot med daljicama OT in OP na sliki 4) povezuje z ekscentrično anomalijo E transcendentna Keplerjeva enačba:

$$M = E - e \cdot \sin E. \quad (2)$$

$$\text{Kot } M \text{ in čas } t \text{ pa povezuje enačba: } t = \frac{M}{2\pi} \cdot t_0 \quad (3),$$

$$\text{kjer je } t_0 \text{ obhodni čas dvozvezdja: } t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{G(m_1+m_2)}} \quad (4).$$

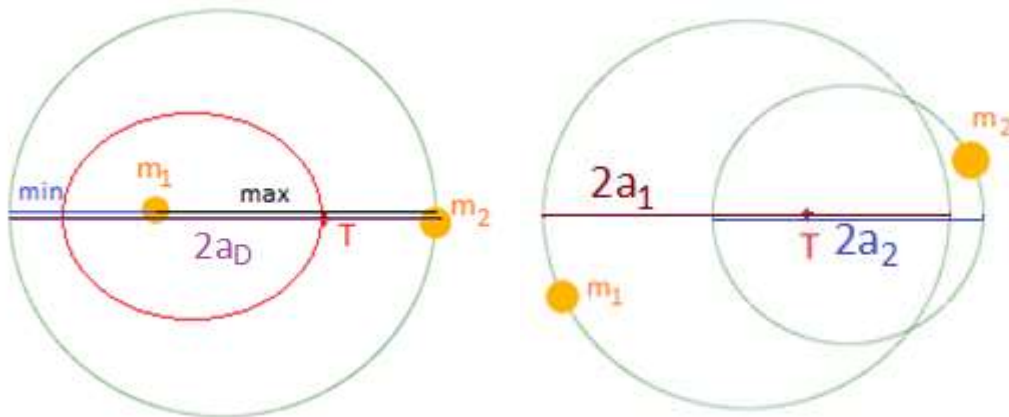
G je gravitacijska konstanta, m_1 in m_2 sta masi zvezd, a pa je polmer kroga oziroma velika polos elipse. Ne glede na to, ali se nebesno telo giblje po elipsi ali krožnici na sliki 4, je obhodni čas enak. Pri krožni orbiti gorišče F sovpada s središčem O in kota φ in M postaneta isti kot. Komplet enačb zaokrožuje že omenjena enačba orbite, ki poveže še razdaljo med zvezdama r s polarnim kotom φ :

$$r = a \cdot \frac{1-e^2}{1+e \cdot \cos \varphi} \quad (5).$$

2.3 Velika polos dvozvezdja (oznaka a_D)

Pomemben izraz v nadaljevanju naloge bo velika polos dvozvezdja (angleško: binary semimajor axis). Dvozvezdje lahko predstavimo tako, da ena izmed zvezd miruje in se težišče

in druga zvezda gibljeta okoli nje (kot na sliki 5a) ali pa zvezdi krožita okoli mirujočega težišča (kot na sliki 5b).



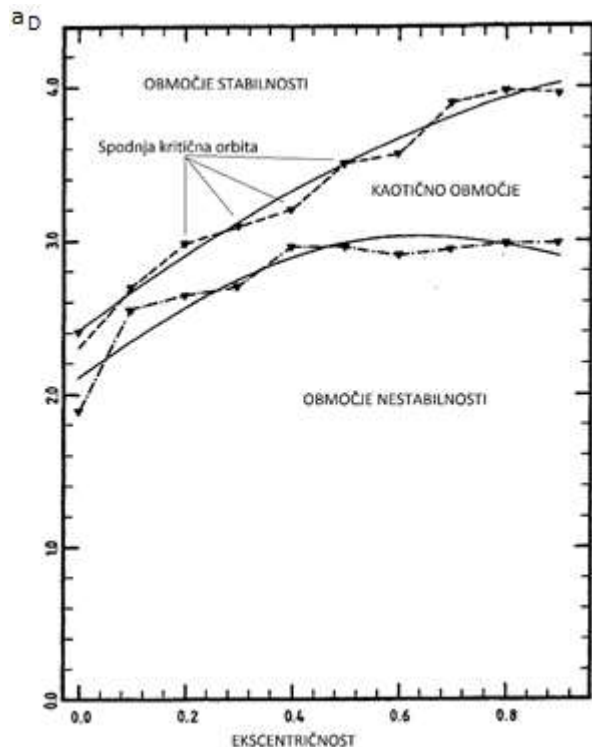
Slika 5a in 5b: m_1 v središču (a) in težišče v središču (b). V obeh primerih gre za isti sistem: $m_1 : m_2 = 2 : 3$, $e = 0,3$.

Velika os dvozvezdja je na sliki 5a označena z $2a_D$ in je enaka vsoti največje in najmanjše razdalje med zvezdama. Velika polos dvozvezdja pa je enaka polovici te razdalje, torej $a_D = (\text{max} + \text{min})/2$, lahko pa jo dobimo tudi po enačbi $a_D = a_1 + a_2$, torej kot vsoto velikih polosi obeh elips, ki predstavljata tir zvezd pri kroženju okoli težišča na sliki 5b.

2.4 Planeti v dvozvezdijh in kritične orbite

Astronomi so se že pred tremi desetletji lotili računalniških simulacij, da bi iskali stabilne orbite planetov v dvozvezdijh. Ugotovitve bi jim potem pomagale zožiti območje iskanja eksoplanetov v takih sončnih sistemih. V naslednjih desetletjih so se metode in računalniki vedno bolj izpopolnjevali in simulacijski časi so bili vse daljši, rezultati pa zato zanesljivejši. Če so prve simulacije potekale 300 obhodnih časov dvozvezdja z razmerjem mas $1 : 1$, imamo danes podatke o kritičnih orbitah planetov za različna masna razmerja in različne eliptičnosti orbit dvozvezdij, ki so bili pridobljeni po 10 000 simuliranih obhodnih časih. Obstajata dve območji stabilnosti: planeti tipa P krožijo na velikih oddaljenostih okoli obeh zvezd, planeti tipa S pa krožijo v bližnjih orbitah okoli ene izmed zvezd, druga pa deluje le kot manjša motnja.

Če je orbita planeta tipa P blizu težišča, krožeči zvezdi s svojim spreminjajočim gravitacijskim vplivom uničita orbito planeta, ki pade na katero od zvezd ali pa ga izstrelji iz sistema. Ko orbito planeta odmikamo od težišča, je gravitacijski vpliv zvezd vse manjši in lahko se zgodi, da orbita postane stabilna. Toda to še ni nujno spodnja kritična orbita. Na meji med popolno stabilnostjo in popolno nestabilnostjo je območje kaotičnosti, ko se z razdaljo lahko izmenjujejo stabilne in nestabilne orbite – znotraj območja nestabilnosti imamo otoke stabilnosti. V simulacijah pa je stabilnost v tem območju odvisna tudi od začetnih pogojev, in sicer od začetne postavitve planeta glede na zvezdi. Spodnja kritična orbita je tista vrednost velike polosi elipse, ki predstavlja tir planeta tipa P, od katere naprej so vse orbite stabilne ne glede na začetne pogoje. Enoto za merjenje razdalj predstavlja velika polos dvozvezdja z oznako a_D (2.3). Razmerje mas zvezd pa podaja količnik $\mu = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$ (6). Če imata zvezdi enako maso, je $\mu = 0,5$. Na grafu 1 je prikazana odvisnost kritične orbite planeta tipa P od ekscentričnosti tira zvezd za primer $\mu = 0,5$, ocenimo pa lahko tudi širino kaotičnega območja. Ta znaša v povprečju četrtnino a_D .



Graf 1: Odvisnost kritične orbite planeta tipa P od ekscentričnosti tira zvezd za primer $\mu = 0,5$; čas integracije 300 obhodnih dob [3]

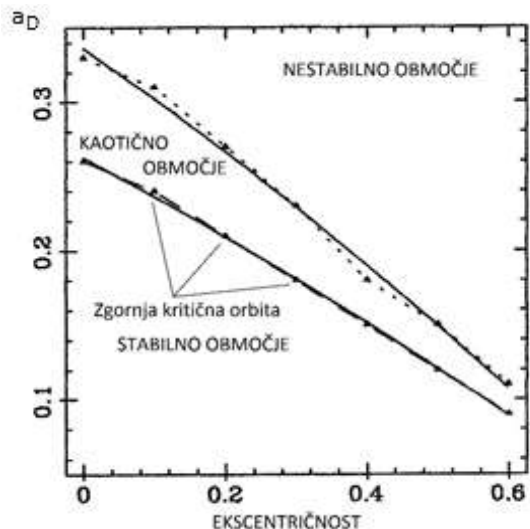
Tip P	μ				
e	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
0,0	2,0	2,2	2,3	2,3	2,3
0,1	2,4	2,7	2,7	2,8	2,8
0,2	2,7	3,1	3,1	3,1	3,1
0,3	3,1	3,5	3,5	3,3	3,2
0,4	3,5	3,5	3,6	3,5	3,6
0,5	3,8	3,9	3,9	3,6	3,7
0,6	3,9	3,9	3,9	3,8	3,7
0,7	4,2	4,3	4,3	4,1	4,1

Tabela 1: Spodnja kritična orbita v enotah velike polosi dvozvezdja za pare (μ, e) ; čas integracije 10 000 obhodnih dob [4]

V tabeli 1 so zbrani novejši rezultati s simulacijskim časom 10 000 period pri skoraj vseh možnih začetnih pogojih. Če primerjamo stolpec pod $\mu = 0,5$ z vrednostmi v grafu 1, potem so vrednosti v tabeli malo višje. Nekatere orbite razpadejo tudi po 300 obhodnih dobah dvozvezdja.

Po enačbi 6 je pri $\mu = 0,7$ razmerje mas zvezd 3 : 7, pri $\mu = 0,3$ pa 7 : 3. Za tip P velja, da je pri obeh vrednostih μ kritična orbita enaka, zato gredo v tabeli 1 vrednosti za μ samo do 0,5. Pri tipu S pa je seveda velika razlika, saj masivnejša zvezda gravitacijsko močneje veže planet, lažja zvezda pa predstavlja manjšo motnjo. Tako so obstojne oddaljenejše orbite, kot če bi zvezdi zamenjali vlogi. V enačbi 6 je m_1 masa tiste zvezde, okoli katere kroži planet. Zgornja kritična orbita je tista vrednost velike polosi elipse, ki predstavlja tir planeta tipa S, do katere

so vse orbite stabilne ne glede na začetne pogoje. Tudi v tem primeru pa meja ni ostra in najdemo območje kaotičnosti, kar razberemo iz grafa 2.



Graf 2: Odvisnost kritične orbite planeta tipa S od eliptičnosti tira zvezd za primer $\mu = 0,5$; čas integracije 300 obhodnih dob [5]

Tip S

μ

e	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
0,0	0,45	0,38	0,37	0,30	0,26	0,23	0,20	0,16	0,13
0,1	0,37	0,32	0,30	0,27	0,24	0,20	0,18	0,15	0,11
0,2	0,34	0,27	0,25	0,23	0,20	0,18	0,16	0,13	0,10
0,3	0,28	0,24	0,21	0,19	0,18	0,16	0,14	0,12	0,09
0,4	0,23	0,20	0,18	0,16	0,15	0,13	0,11	0,10	0,07
0,5	0,18	0,16	0,14	0,13	0,12	0,10	0,09	0,08	0,06
0,6	0,13	0,12	0,11	0,10	0,09	0,08	0,07	0,06	0,045
0,7	0,09	0,08	0,07	0,07	0,06	0,05	0,05	0,045	0,035
0,8	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04	0,035	0,03	0,025	0,0225

Tabela 2: Zgornja kritična orbita v enotah velike polosi dvozvezdja za pare (μ, e) ; čas integracije 10 000 obhodnih dob [4]

Če primerjamo stolpec pod $\mu = 0,5$ v tabeli 2 z vrednostmi v grafu 2, ugotovimo, da so razlike neznatne. Če je orbita planeta tipa S stabilna po 300 obhodnih dobah dvozvezdja, potem je zelo malo možnosti, da še razpade.

Do danes so astronomi odkrili več tisoč eksoplanetov, ki pa v večini krožijo v sončnih sistemih z eno zvezdo. Planeti v dvozvezdijih so (zaenkrat) redka najdba, a obstoj eksoplanetov obeh tipov ni več vprašljiv. Sistem Kepler 47 je dvozvezdje, kjer so našli dva planeta tipa P, vsaj eden od njiju pa ima orbito v območju, primernem za življenje (habitable zone) [6]. Tatroine podobni planeti res obstajajo.

3 METODE DELA

Programi so napisani v programskem jeziku C++, s programom Visual studio 2015. Za grafiko pa je uporabljena dodatna knjižnica SFML.

Pri dvozvezdijh s planeti sem moral napraviti nekaj poenostavitev. Privzel sem, da vsa telesa v simulaciji krožijo v isti ravnini. Sončni sistemi nastajajo iz akrecijskega diska in odstopanja tirov nebesnih teles od ravnine kroženja so običajno majhna. Vsa telesa v simulaciji so točkasta. Planeti in zvezde na ekranu imajo obliko kroga z večjo ali manjšo površino, vendar je to le prikaz za lažje spremljanje. Tako se lahko zgodi, da gre planet skozi zvezdo in nadaljuje pot. Tudi zvezdi se lahko dotakneta ali prekrijeta, če je planet daleč in je temu primerno izbrano merilo. Zvezdi gravitacijsko delujeta medsebojno in na planete, planeti pa ne vplivajo na zvezdi. Takšne privzetke so naredili tudi avtorji virov, s katerimi primerjam rezultate.

3.1 Dvozvezdja

Krožne orbite zvezd sem opisal s polarnimi koordinatami z izhodiščem v težišču. Kotna hitrost se izračuna iz ravnovesja centrifugalne sile in sile teže, razdalja do težišča pa je pri krožnih orbitah konstantna in jo določimo na začetku simulacije skupaj z masama zvezd.

Pri eliptičnih orbitah pa se polarni kot računa po enačbah iz poglavja 2.2. Kot začetne podatke vnesemo masi zvezd in razdaljo prve zvezde do težišča v periapsu in apoapsu. Iz teh podatkov se potem izračunajo velika in mala polos elipse, ekscentričnost in obhodni čas dvozvezdja (enačba 4). V simulaciji pa določim dolžino časovnega koraka. V vsakem časovnem koraku se po enačbi 3 izračuna kot M . Nato se z bisekcijo po Keplerjevi enačbi (enačbi 2) izračuna kot E . Bisekcija je mogoča, saj ustrezna funkcija narašča na intervalu, ki me zanima. Natančnost bisekcije je nastavljena na manj kot eno desetisočinko kota v radianih. Iz kota E se po enačbi 1 izračuna kot φ , razdalja do težišča pa po enačbi 5.

3.2 Planeti

Za premikanje planetov sem uporabil kartezični koordinatni sistem. Kot začetna podatka vnesemo pozicijo in hitrost planeta, ko sta zvezdi v periapsu. Planet se nato v danem časovnem intervalu premakne sorazmerno z začetno hitrostjo. Nato pa se iz položaja zvezd določi težni pospešek po Newtonovem gravitacijskem zakonu na novem mestu planeta. Težni pospešek se razstavi na pravokotni komponenti, iz katerih se izračunata komponenti nove hitrosti planeta, ki se uporabita v naslednjem koraku. Iz komponent hitrosti dobimo premik planeta po x - in y -osi.

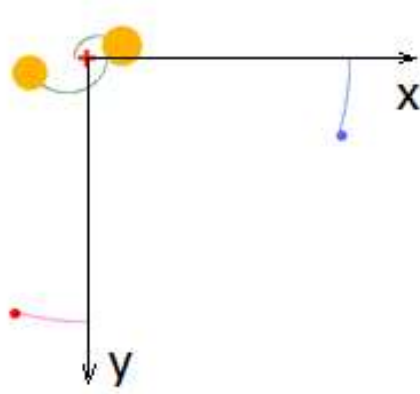
Pri simulacijah za planete tipa S, kjer je v središču zvezda, računanje poteka enako, kot če bi bilo v središču težišče. Spremenjena je samo perspektiva risanja.

Časovni korak je izbran tako, da sem ga v simulaciji postopno zmanjševal, dokler se to na izidu simulacije ni več poznalo. Za planete tipa P je to 50 000 s (približno 15 ur pri razdaljah med zvezdama velikostnega reda astronomske enote), za planete tipa S pa 10 000 s. Ker je planet v neposredni bližini zvezd, so sile in spremembe količin, ki opisujejo gibanje, bistveno večje in je potrebno zmanjšati časovni korak. To pa seveda upočasni simulacijo. Zato je na podlagi prvih preizkusov padla odločitev, da bo simulacijski čas za tip P 300 obhodnih časov dvozvezdja - period, za tip S pa 60 period. Krajši simulacijski čas ne bi smel znatno vplivati na rezultate, ker je iz literature razvidno, da se morebitna neravnovesja v orbiti planeta tipa S takoj pokažejo v nestabilnosti orbite.

4 REZULTATI

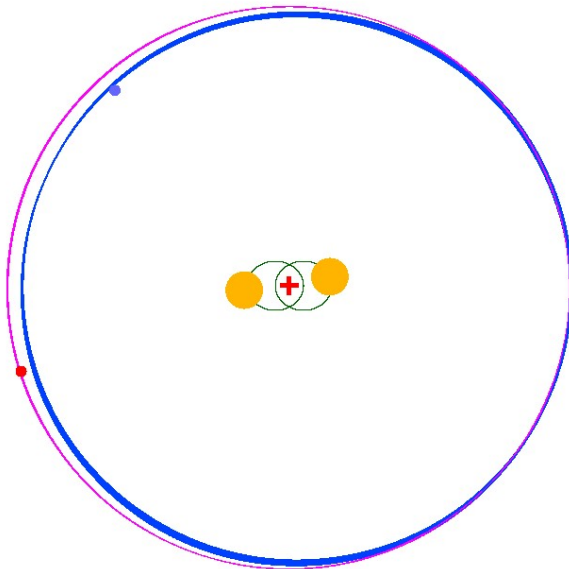
4.1 Tip P

V tem primeru tako zvezdi kot planeti krožijo okoli težišča, zato v simulaciji težišče miruje in je v središču koordinatnega sistema. Opazujemo lahko tir dveh planetov, ki se gibljeta pod gravitacijskim vplivom zvezd, medsebojno pa ne učinkujeta. Oba startata na isti oddaljenosti od težišča z enako velikostjo hitrosti, vendar na različnih mestih, kot je prikazano na sliki 6. Tako lahko preučujemo, kako začetna lega vpliva na razvoj planetarne orbite.



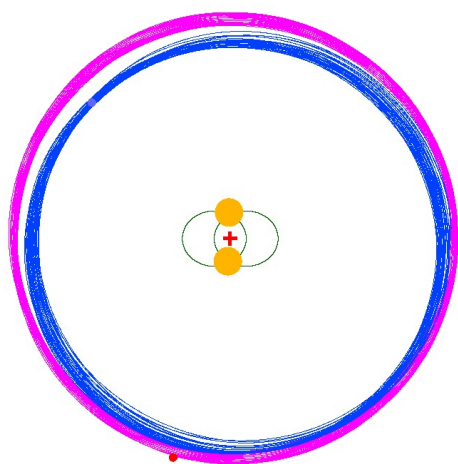
Slika 6: Prikaz začetne postavitve: zvezdi startata iz najbližje medsebojne lege, moder planet na osi x, rdeči pa na osi y

Če se planeta nahajata globoko v območju stabilnosti, potem njuni orbite skoraj sovpadata in sta na pogled krožni. Kolobar, ki ga izriše sled planeta po več obhodih, je ozek (slika 7).



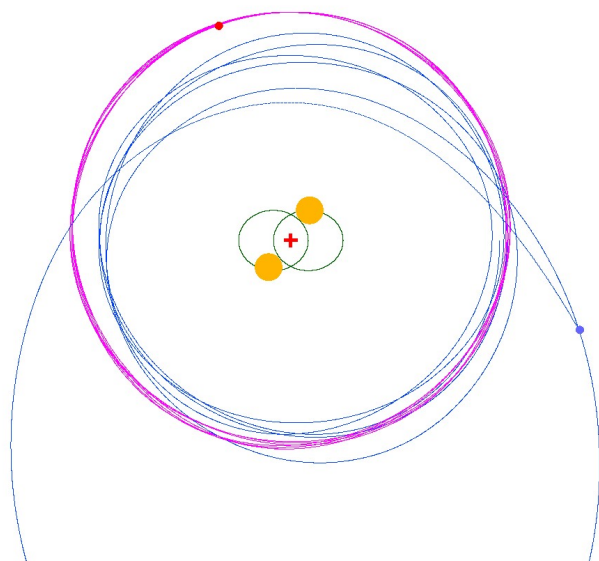
Slika 7: Stabilna orbita za primer $\mu = 0,5$ (1 : 1) in $e = 0,5$

Ko oddaljenost planetov od težišča v simulacijah postopno zmanjšujemo, postane njun tir bolj eliptičen. Elipsa se tudi počasi vrtili okoli težišča, tako da se kolobar razširi. To je znak, da smo se približali kritični orbiti. Razširitev kolobarja je opazna na sliki 8, še bolj pa na sliki 10.



Slika 8: približevanje kritični orbiti za primer $\mu = 0,5$ (1 : 1) pri $e = 0,5$

Na sliki 8 opazimo, da se orbiti planetov že precej razlikujeta in moder planet kroži v povprečju bližje težišču. Pri nadaljnjem približevanju je njegova orbita tista, ki je v nevarnosti, da prva postane nestabilna (slika 9).



Slika 9: Presežena kritična orbita za primer $\mu = 0,5$ (1 : 1) in $e=0,5$

Na sliki 9 vidimo, da je rdeč planet z večjo orbito še v območju stabilnosti, modrega pa sta zvezdi v nekaj obhodih pritegnili k sebi. Zaradi zmanjšanja potencialne energije se poveča kinetična energija in planet se z veliko hitrostjo oddalji po izrazito eliptičnem tiru. Orbita planeta se spremeni pri vsakem prehodu periapsa, dokler se planet ne približa težišču toliko, da dobi ubežno hitrost in odleti iz sistema.

Na tak način sem iskal spodnje kritične orbite (krajše SKO) za primere dvozzvezdij iz tabele 1, rezultati pa so zbrani v tabelah 3, 4 in 5. Moje vrednosti SKO so v tabelah zapisane z vijolično barvo, vrednosti iz tabele 1, ki so najzanesljivejši vir in služijo za primerjavo, pa rdeče. Odstopanje v % (spodnja vrstica tabel v zelenem) sem dobil tako, da sem najprej za izbrani

primer dvozvezdja izračunal razliko med vrednostjo iz tabele 1 in mojo vrednostjo SKO. Dobljeno razliko sem delil z vrednostjo iz tabele 1 in pomnožil s sto, da sem dobil odstotke. Oznaka 300 p pomeni, da je simulacija trajala 300 period. Kritične orbite so v enotah velike polosi a_D posameznega dvozvezdja.

$$\mu = 0,5 (1 : 1)$$

Ekscentričnost e	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
SKO 300 p	2,0	2,7	2,7	2,8	3,0	3,2	3,4	3,4
Graf 1 300 p	2,4	2,5	3,0	3,1	3,2	3,5	3,6	3,9
Tabela 1 10 000 p	2,3	2,8	3,1	3,2	3,6	3,7	3,7	4,1
Odstopanje v %	13	4	13	12	17	14	8	17

Tabela 3: Primerjava mojih vrednosti SKO z vrednostmi v literaturi : razmerje mas 1 : 1, različne ekscentričnosti zvezdnih orbit

$$\mu = 0,3 (3 : 7)$$

Ekscentričnost e	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
SKO 300 p	2,3	2,6	2,8	3,0	3,4	4,0	3,5	3,9
Tabela 1 10 000 p	2,3	2,7	3,1	3,5	3,6	3,9	3,9	4,3
Odstopanje v %	0	4	10	14	6	-3	10	9

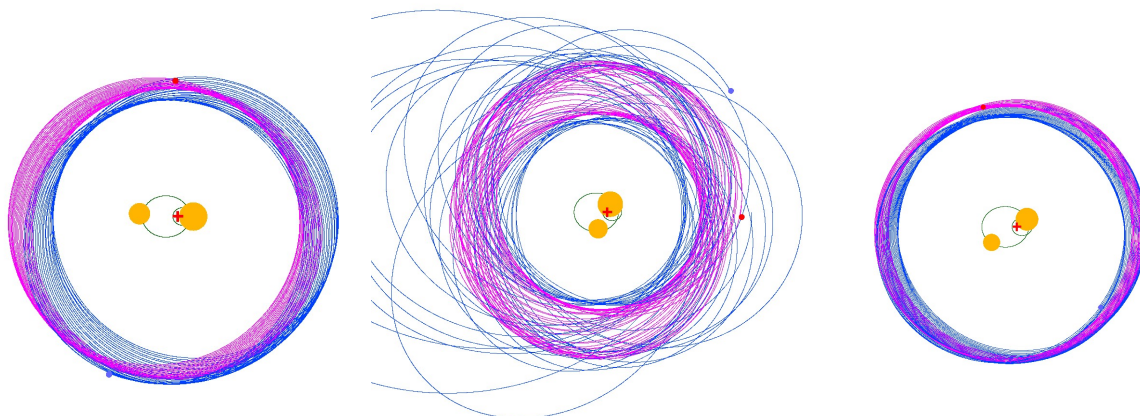
Tabela 4: Primerjava mojih vrednosti SKO z vrednostmi v literaturi : razmerje mas 3 : 7, različne ekscentričnosti zvezdnih orbit

$$e = 0,5$$

μ	0,1 (1 : 9)	0,2 (1 : 4)	0,3 (3 : 7)	0,4 (2 : 3)	0,5 (1 : 1)
SKO 300 p	4,0	3,8	4,0	3,3	3,2
Tabela 1 10 000 p	3,8	3,9	3,9	3,6	3,7
Odstopanje v %	-5	3	-3	8	14

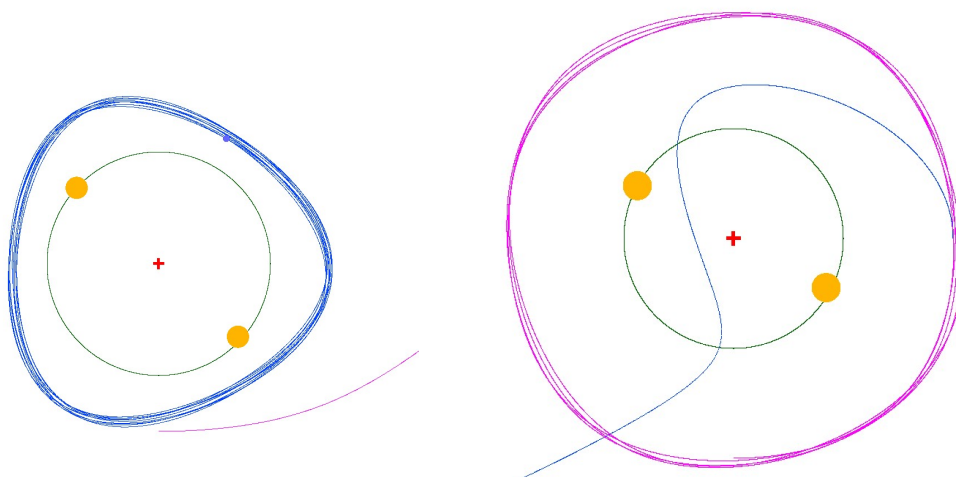
Tabela 5: Primerjava mojih vrednosti SKO z vrednostmi v literaturi : ekscentričnosti $e = 0,5$, različna razmerja mas

Med iskanjem SKO sem nekajkrat naletel na situacijo, ki kaže na obstoj kaotičnega območja. Za dvozvezdje $\mu = 0,3 (3 : 7)$ in $e = 0,5$ sem določil SKO pri 4,0. Pri približno 3,9 sta orbiti obeh planetov blizu nestabilnosti, še posebej to velja za moder planet, pri 3,6 pa sta obe orbiti zopet stabilni – slika 10. Lahko govorimo o otoku stabilnosti v območju nestabilnosti. Pri nadaljnjem približevanju za oba planeta v simulaciji nisem več našel stabilnih orbit.



Slika 10: Stabilnost orbit na oddaljenosti 4,0 a_D , kaotičnost pri 3,9 a_D in ponovno stabilnost pri 3,6 a_D

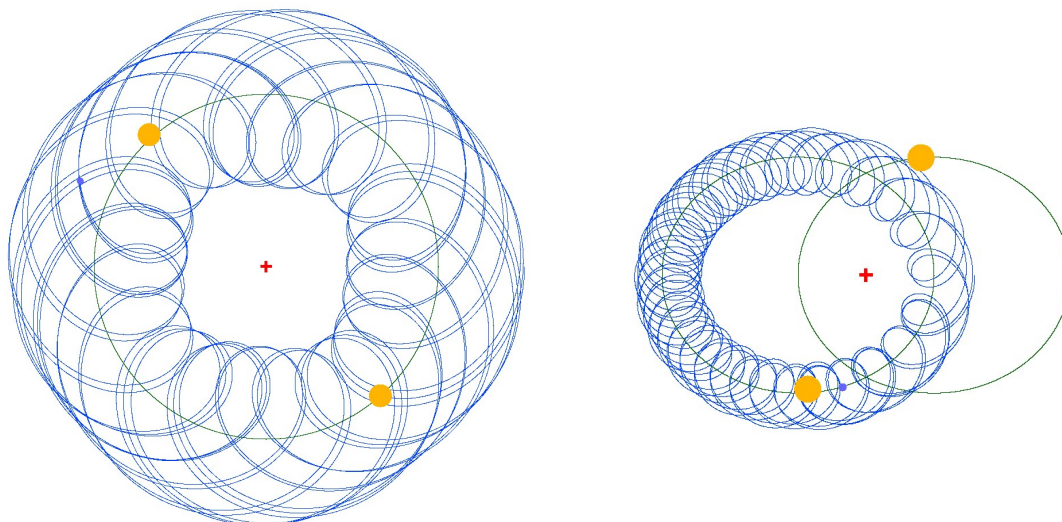
Stabilne orbite planetov tipa P so kot v sistemih z enim soncem eliptične. Le ko se približujemo kritični orbiti, lahko spreminjajoče gravitacijsko polje povzroči rahlo vijuganje tira. Planet se težišču najbolj približa pri matematično najbolj enostavnem primeru dvoezvdja: enaki masi zvezd s krožno orbito ($\mu = 0,5$, $e = 0,0$; SKO je 2,0 – tabela 3). Če planet zavrtimo retrogradno (v nasprotno smer vrtenja zvezd), lahko dobimo s pravimi začetnimi pogoji nenavadne orbite kot na sliki 11.



Slika 11: Retrogradni 'trikotna' in 'kvadratna' orbita

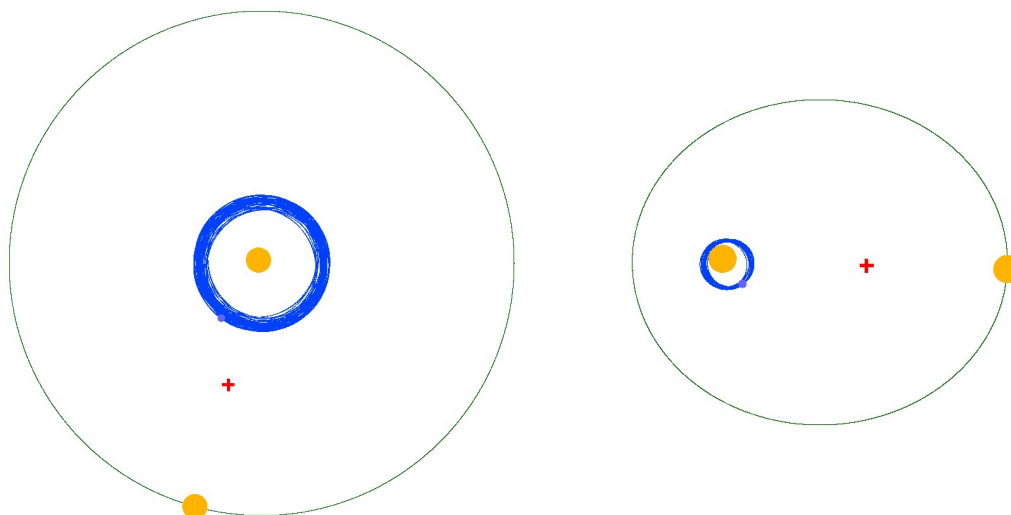
4.2 Tip S

Če obdržimo koordinatni sistem z mirujočim težiščem in približamo planet eni zvezdi, dobimo zelo dinamične simulacije. Planet se giblje okoli gibajoče zvezde po kompleksnem tiru, ki lahko izriše zanimive pentlje, kot je primer na sliki 12.



Slika 12: Pentlje planeta pri gibanju okoli ene zvezde pri krožnem in eliptičnem tiru zvezd

Pri krožni orbiti so zaradi stalne hitrosti zvezd pentlje vzdolž tira povsod enake. Pri eliptičnem tiru pa se pokaže sprememba hitrosti zvezde v obliki gostote pentelj. V apoapsu na skrajni levi je hitrost najmanjša in tam planet zvezdo na izbranem odseku tira večkrat obkroži, pentlje pa so ožje. Drugače je v periapsu na desni, kjer so pentlje redke in široke, ko planet lovi hitro zvezdo. V periapsu sta tudi zvezdi v najbližjem položaju in je zato moteči vpliv druge na planet največji. To je za planet kritična točka, kjer se lahko sproži nestabilnost orbite. Čeprav so animacije z gibajočimi zvezdami atraktivne, pa za sam študij kritičnih orbit niso preveč primerne. Zato postavimo zvezdo s planetom v mirujoče koordinatno izhodišče in iz slike 12 dobimo sliko 13.



Slika 13: Prikazuje isti dvoezvdji kot slika 12, kompleksni tir planeta se poenostavi v eliptičnega, če je matična zvezda v koordinatnem izhodišču

Zaradi preglednosti sem pri tipu S opazoval samo en planet, ki je na začetku postavljen na os x desno od obeh zvezd. Iskal sem zgornjo kritično orbito (krajše ZKO) za primere dvoezvdij iz tabele 2, rezultati pa so zbrani v tabelah 6 in 7.

$e = 0,0$

μ	0,1 (9 : 1)	0,2 (4 : 1)	0,3 (7 : 3)	0,4 (3 : 2)	0,5 (1 : 1)	0,6 (2 : 3)	0,7 (3 : 7)	0,8 (1 : 4)	0,9 (1 : 9)
ZKO 60 p	0,46	0,38	0,36	0,31	0,26	0,24	0,20	0,16	0,11
Tabela 1 10 000 p	0,45	0,38	0,37	0,30	0,26	0,23	0,20	0,16	0,13
Odstopanje v %	2	0	-3	3	0	4	0	0	-15

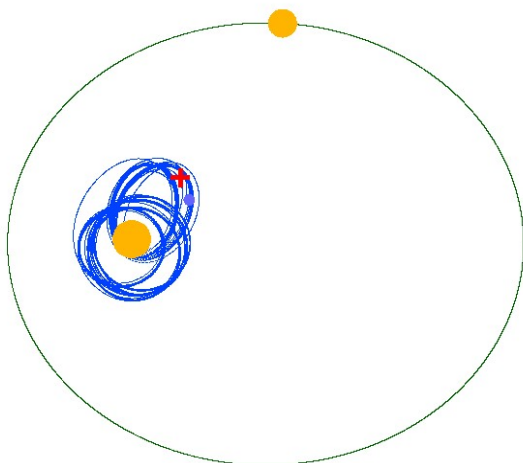
Tabela 6: primerjava mojih vrednosti ZKO z vrednostmi v literaturi : krožne orbite $e = 0,0$, različna masna razmerja zvezd

$\mu = 0,3$ (7 : 3)

Ekscentričnost e	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
ZKO 60p	0,36	0,32	0,28	0,23	0,20	0,17*	0,11*	nisem našel stabilne orbite
Tabela 1 10 000 p	0,37	0,30	0,25	0,21	0,18	0,14	0,11	0,07
Odstopanje v %	-3	7	12	10	11	21	0	/

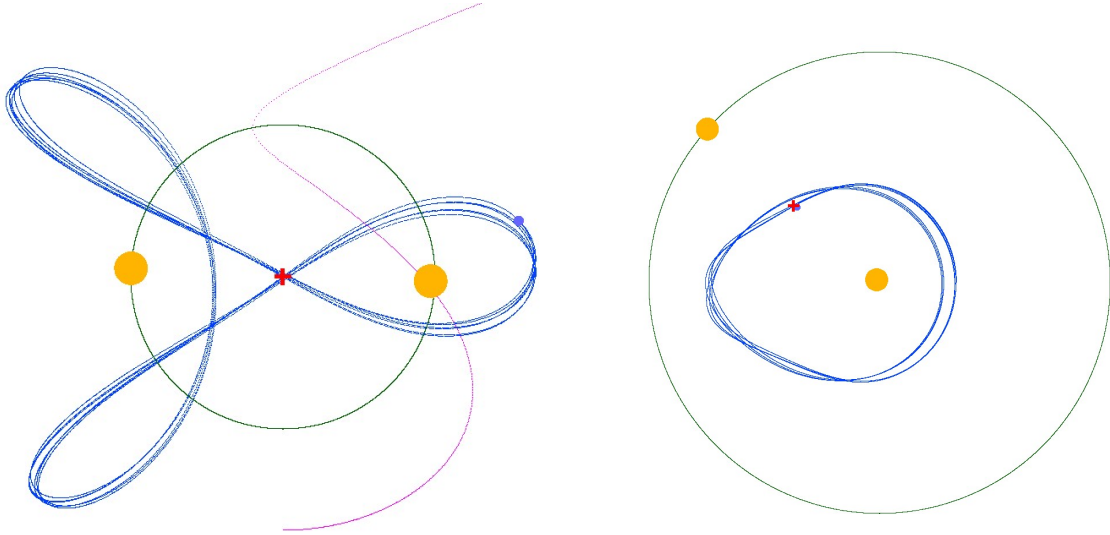
Tabela 7: Primerjava mojih vrednosti ZKO z vrednostmi v literaturi : razmerje mas 3 : 7, različne ekscentričnosti zvezdnih orbit; planet spreminja orbito*

Pri večjih ekscentričnostih zvezdnih orbit se dogaja, da moteča zvezda vsakič, ko se približa planetu, nekoliko spremeni njegovo orbito. Spremembe so lahko znatne, tako da se spremenita eliptičnost tira in obhodni čas, planet pa vseeno nadaljuje s kroženjem okoli matične zvezde – slika 14. V teh primerih se je zelo težko odločiti, kje je orbita še stabilna in kje se začne kaotično območje, zato so vrednosti, označene z zvezdico v tabeli 7, nezanesljive.

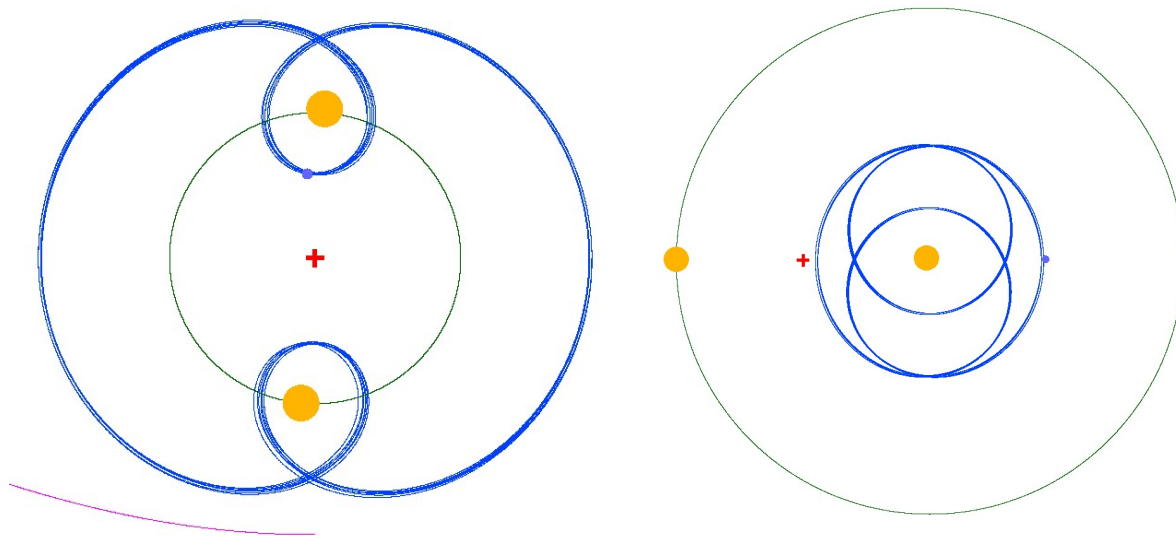


Slika 14: $\mu = 0,3$, $e = 0,5$. Druga zvezda pri vsakem prehodu periapsa spremeni orbito planeta

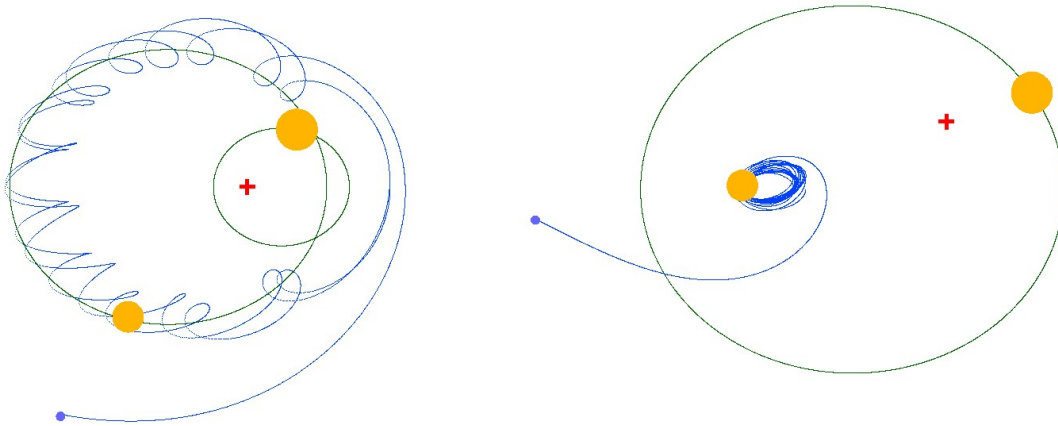
Z variiranjem vhodnih parametrov lahko dobimo množico animacij, ki postrežejo s takšno ali drugačno zanimivostjo: sledi orbit izrišejo osupljive slike, zvezdi si 'kradeta' planet ali pa se planet izstreli iz sistema. Na slikah 15, 16, 17 in 18 je prikazan del tega dogajanja. Vedno je najprej v mirujočem koordinatnem izhodišču težišče, nato pa še matična zvezda.



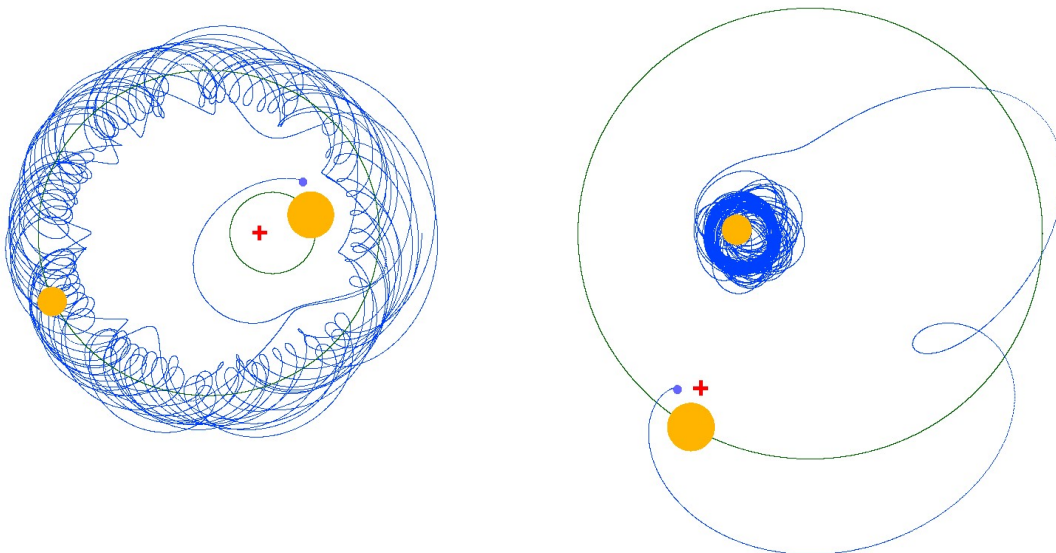
Slika 15: $\mu = 0,5$, $e = 0,0$, retrogradno; triperesna deteljica v eni perspektivi je lahko jajce v drugi



Slika 16: $\mu = 0,5$, $e = 0,0$; pentlji se preoblikujeta v oko.



Slika 17: $\mu = 0,7$, $e = 0,5$; zvezda zaradi eliptične orbite v periapsu pobegne planetu, ki ji ne more več slediti in ga odnese iz sistema.

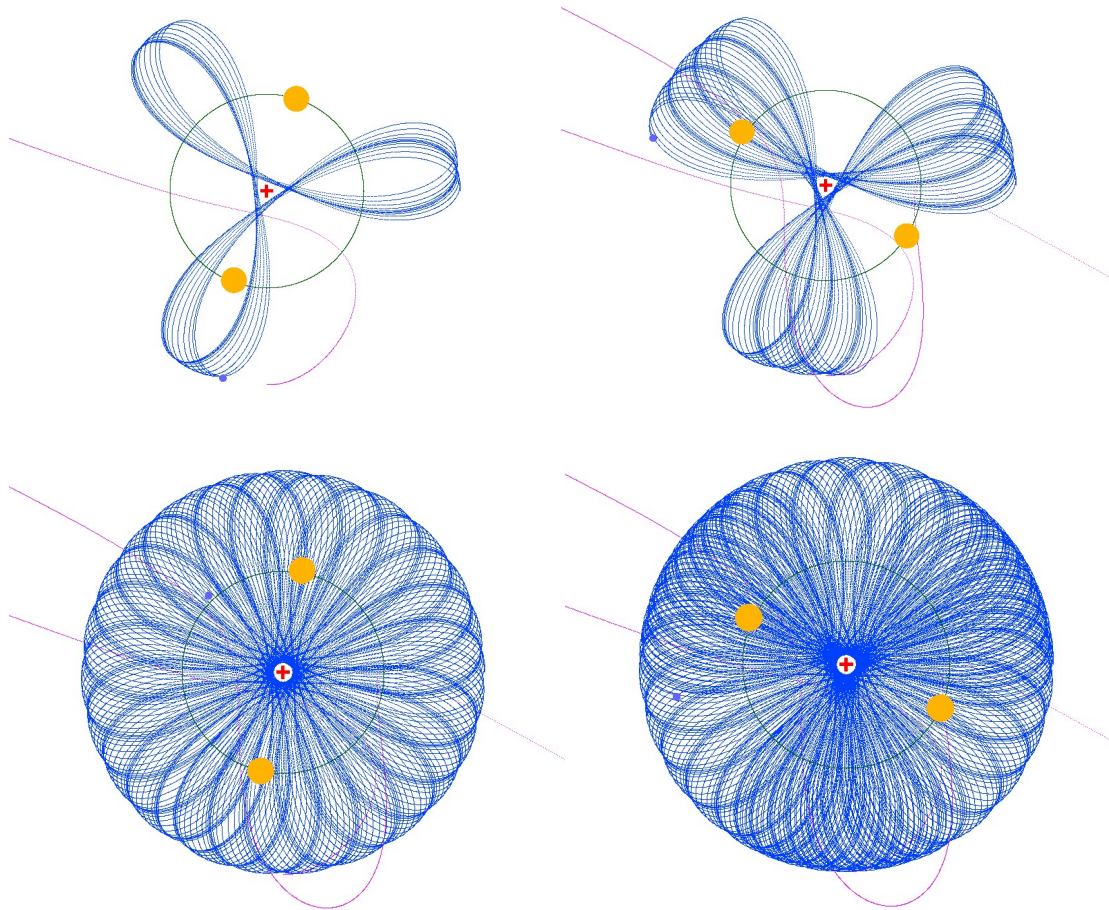


Slika 18: $\mu = 0,8$, $e = 0,3$. Težja zvezda moti orbito planeta okoli lažje zvezde, dokler ga ne prevzame. Vendar tudi ta orbita ni stabilna in po nekaj 'podajah' planet običajno izstreli iz sistema.

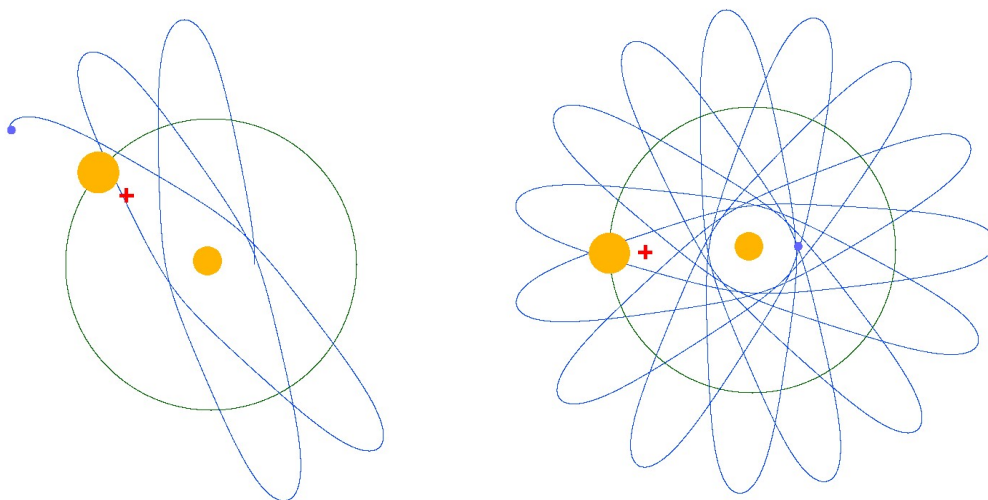
Na sliki 17 je za razpad planetarne orbite kriva predvsem eliptičnost zvezdnih orbit in ne toliko druga zvezda v paru. Matična zvezda enostavno proti periapsu močno pospešuje in pobegne planetu. Ko se od njega oddalji, hitrost planeta postane ubežna in ga odnese iz sistema. Na sliki 18 pa ima planet sprva dokaj stabilno orbito okoli lažje matične zvezde. Vendar pa težja zvezda počasi, a vztrajno moti orbito, dokler se končno ne destabilizira. Pogosto se zgodi, da potem težja zvezda ulovi pobegli planet. S tem drame še ni konec, sledi zelo dinamično obdobje medsebojnega podajanja planeta, dokler ga običajno ne izstreli iz sistema. Srečen konec, da se planet ujame v stabilno orbito okoli težje zvezde, je zelo redek.

4.3 Zanimive sledi planetov

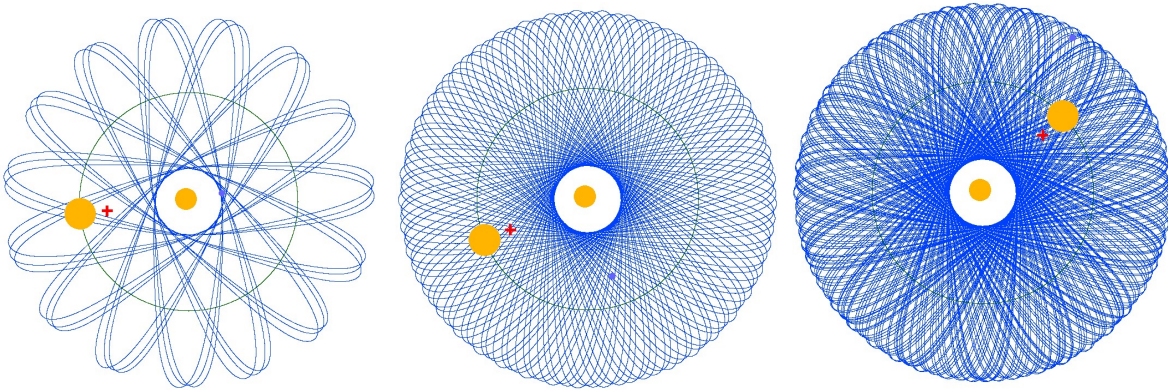
Najlepše slike (slike z veliko simetrije) izrisuje sled stabilnega planeta v dvozvezdijh s krožno orbito. Zanimivo je spremljati, v kakšno končno obliko se povezujejo elipse ali pentlje, izbiramo pa lahko tudi perspektivo z izbiro središča koordinatnega sistema. Na slikah 19, 20 in 21 je prikazan časovni potek nastajanja slike, ko teče simulacija.



Slika 19: Razvoj triperesne deteljice v popolno rozeto po 10, 25, 70 in 100 periodah (masno razmerje 1 : 1, retrogradno)



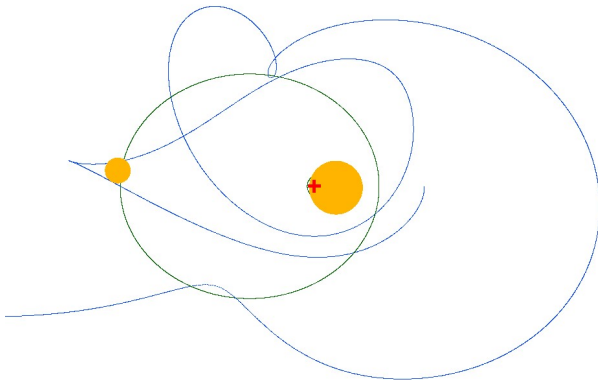
Slika 20: Cvetlica v nastajanju; razmerje mas 1 : 3, lažja zvezda v središču, retrogradno



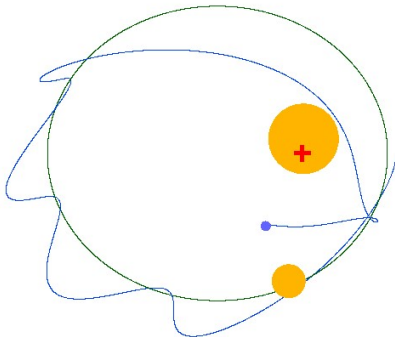
Slika 21: Nadaljevanje slike 20, razvoj cvetlice v rozeto, časi 10, 60 in 150 period

Na sliki 20 je lepo viden učinek gravitacije na tir planeta. Tir se malo ukrivi v bližini lažje zvezde in močno v bližini težje, kjer s skupnim učinkovanjem obe zvezdi obrneta smer hitrosti planeta.

Včasih pa tudi nestabilne orbite postrežejo s kakšnim presenečenjem in nastale oblike vzbujajo različne asociacije kot na slikah 22 in 23.



Slika 22: $\mu = 0,9$, $e = 0,5$. Opaziš miško?



Slika 23: $\mu = 0,9$, $e = 0,5$. Ribica ali duhec?

5 RAZPRAVA

Z grafov 1 in 2 lahko ocenimo, da je širina kaotičnega območja v povprečju okoli 20 % kritične orbite, takšna relativna odstopanja mojih vrednosti SKO in ZKO od podatkov v tabelah 1 in 2 pa bi zadovoljila tudi moja pričakovanja. V tabelah od 3 do 7 so predstavljeni rezultati in ugotovim lahko, da je do večjega odstopanja prišlo samo v dveh primerih v tabeli 7, kjer je velika ekscentričnost zvezdnih orbit močno otežila določanje kritične orbite planeta. Mislim, da sem napako metode z dovolj kratkim časovnim korakom in natančnostjo izračuna kota pri bisekciji spravil na minimum. To na eni strani potrjujejo tabele z rezultati, na drugi strani pa sem ponovil nekaj znamenitih orbit, kot na sliki 11 in 16, ki jih lahko najdemo na spletu [7]. Kritične orbite sem določal tako, da sem poganjal simulacijo pri različnih začetnih pogojih (oddaljenost planeta od težišča, hitrost planeta) in počakal 300 period (tip P) oziroma 60 period (tip S) in v primeru stabilnosti sem direktno z merjenjem razdalj z zaslona izračunal kritično vrednost. Na orbito vplivata oba začetna pogoja. Planet lahko starta globoko v območju stabilnosti, a z manjšo ali večjo hitrostjo, kot sledi iz izenačitve centrifugalne sile in sile teže. Pri manjši hitrosti se eliptično približa težišču (tip P) oziroma zvezdi (tip S), pri večji hitrosti pa se eliptično oddalji oziroma, če preseže ubežno hitrost, tudi odleti iz sistema. V nekaterih primerih je bilo lažje s spremembami hitrosti kot s spremembami oddaljenosti najti kritično orbito, zato je bilo potem najbolj zanesljivo odčitavanje z zaslona. Pri tem merjenju pa seveda pride do merskih napak. Potrebno je določiti dva podatka: veliko polos dvozvezdja in veliko polos eliptičnega tira planeta. Absolutna napaka pri obeh meritvah je ± 1 mm, kar da relativno napako kritične orbite približno 3 % za vse tipe simulacij. Program sem namreč napisal tako, da je ne glede na vhodne podatke slika vedno približno enako velika (se prilagodi velikosti grafičnega okna) in s tem je enaka tudi relativna napaka. V tabelah z rezultati je odstopanju v % potrebno prišteti še relativno napako 3 %, vendar to skupne slike ne spremeni. Od skupno 35 določenih kritičnih orbit se jih ujema 33 znotraj pričakovanih 20 %. Glede na kompleksnost zastavljenega problema moram biti s takim rezultatom zadovoljen in razen za močno ekscentrične zvezdne orbite pri tipu S lahko potrdim veljavnost 1. in 2. hipoteze.

S 3. hipotezo sem si zastavil cilj, da potrdim obstoj kaotičnega območja. Mislim, da sta sliki 10 in 14 dovolj tehten dokaz za njegov obstoj in potrditev hipoteze. Tudi če planet »preživi« simulacijsko dobo, a mu ne moremo določiti velike polosi elipse in obhodne dobe, ker se nenehno spreminjata, potem se giblje kaotično. Nedvoumno sem tudi pokazal, da pri enaki oddaljenosti in velikosti hitrosti drugačna začetna lega planeta glede na začetni položaj zvezd pomembno vpliva na razvoj planetarne orbite in s tem na stabilnost.

Pri krožnih orbitah zvezd je bistveno manj računanja kot pri eliptičnih, vendar se to pri hitrosti simulacij ne pozna prav dosti. Po grobi oceni je časovna razlika samo 5 %. Razlog je v tem, da se večina računalniških zmogljivosti med simulacijo uporablja za grafiko in risanje tirov. Če bi hotel svoje rezultate nadgraditi z večjo natančnostjo in daljšimi simulacijskimi časi, bi moral ukiniti animacijo. Obstoječe algoritme bi dopolnil z ustreznimi pogoji za stabilnost (kako blizu zvezdi se lahko planet približa, koliko se lahko največ oddalji od težišča ...) in lahko bi kar v programu po korakih spreminjal oddaljenost planeta od težišča ali začetno hitrost planeta. Tako bi dosegel, da bi program iz smiselnih pogojev kar sam našel kritične orbite. A motivacija za izdelavo te raziskovalne naloge je bila ravno v vizualizaciji problema, da se odvijte gravitacijski ples nebesnih teles pred mojimi očmi in temu se nisem hotel odpovedati zaradi domneve o večji natančnosti.

6 ZAKLJUČEK

V okviru postavljene natančnosti sem potrdil vse tri hipoteze. Odprto je ostalo le vprašanje kritičnih orbit pri močno eliptičnih tirih zvezd pri tipu S. Kritično orbito planeta sem določal na podlagi izgleda orbite in ne na podlagi njenih numeričnih parametrov, kot so to storili avtorji virov, s katerimi sem primerjal podatke. V teh ekstremnih razmerah se »vizualni« kriterij ni več dobro obnesel. Pri največji ekscentričnosti, ko sploh nisem našel stabilne orbite, pa bi verjetno moral še skrajšati časovni korak, saj so vrednosti fizikalnih količin in njihove spremembe res velike. Drugih primerjav s podatki v literaturi ne morem narediti, saj (še) ne poznam drugih, morda ustrežnejših metod, ki rešijo zastavljeni problem.

Statične slike v nalogi ne prikažejo vsega čara, ki ga prinašajo animacije. Spremljati gibanje zvezd in planetov ter slediti nastajanju slike, ki jo izrisujejo njihovi tiri, je posebno doživetje. Stabilni tiri planetov lahko pripeljejo do zanimivih slik, večinoma kolobarjev ali krogov s svojevrstnimi vzorci, pri nestabilnih pa lahko najbolj opazujemo vpliv različnih mas in razdalj na privlačno gravitacijsko silo in s tem na gibanje planetov. Najpomembnejši programi so priloženi na CD/DVD kot priloga k nalogi, več o njihovem zagonu je zapisano v poglavju 9.

Pri izdelavi raziskovalne naloge sem pridobil številna nova znanja in izkušnje. Spoznal sem dvozvezdne sončne sisteme in mehaniko gibanja teles v takih sistemih. Srečal sem se z geometrijo v polarnem koordinatnem sistemu, prvič pa sem reševal tudi transcendentno enačbo.

7 POVZETEK

Dvozzvezdja so prevladujoč primer sončnega sistema v naši galaksiji. V dvozzvezdju se zvezdi gibljeta okoli skupnega težišča po krožnih ali eliptičnih tirih in v svoji okolici ustvarjata spreminjajoče se gravitacijsko polje. Zaradi tako dinamičnih pogojev planeti v takem sistemu ne morejo obstajati kjerkoli. Glede na njihovo lego in tir jih ločimo na dva tipa: v tip P spadajo planeti, ki krožijo na oddaljenih orbitah zunaj dvozzvezdja, v tip S pa planeti, ki krožijo okoli ene zvezde v notranjem območju dvozzvezdja. Širši javnosti je koncept planeta z dvema soncema približala znanstveno-fantastična filmska serija Vojna zvezd. Prizor, ko Luke Skywalker na planetu Tatoonine opazuje zahod dveh sonc, se zaradi te posebnosti tako vtisne v spomin, da se tudi astronomi in fiziki pogovarjajo o Tatooninu in njemu podobnih planetih.

Za izračun tira planeta je potrebno najprej poznati natančno lego zvezd v odvisnosti od časa. Pri eliptičnih orbitah sem se oprl na orbitalno mehaniko, kjer je predstavljena rešitev, ki je dojemljiva tudi brez poznavanja višje matematike. Pri določanju planetarne orbite pa sem se lahko nato zanesel na lastne izkušnje tako v zvezi z gravitacijo kot s programiranjem v jeziku C++. Napisal sem računalniški program, ki pri izbranih začetnih pogojih, kot so tip dvozzvezdja, oddaljenost in hitrost planeta, izračunava in sproti riše tire vseh teles v simulaciji v ravnini kroženja. V bistvu omogoča spremljanje razvoja planetarne orbite »v živo«. To mi je omogočilo iskanje in določanje kritičnih orbit za oba tipa planetov. Za tip P velja, da bolj kot se planet približuje težišču, večja je verjetnost za nestabilnost orbite. V tem primeru sem določal spodnjo kritično orbito (SKO). Za tip S pa velja, da bolj kot se planet oddaljuje od matične zvezde, bolj ga druga zvezda moti in večja je verjetnost za nestabilnost orbite. V tem primeru sem določal zgornjo kritično orbito (ZKO). Med območjem popolne stabilnosti in popolne nestabilnosti je pri obeh tipih prisotno kaotično območje, ko se izmenjujejo stabilne in nestabilne orbite testnih planetov. Svoje vrednosti kritičnih orbit sem primerjal s podatki iz literature, saj so ti podatki pomembni za astronome, ki iščejo eksoplanete. Od 35 določenih kritičnih orbit za oba tipa planetov v najrazličnejših tipih dvozzvezdij se je 33 vrednosti ujemalo z natančnostjo 20 % s podatki v literaturi. Dokazal pa sem tudi obstoj kaotičnega območja, katerega širina po podatkih iz literature obsega povprečno 20 % kritične orbite, kar sem izbral za mero svoje natančnosti. Do večjega neujemanja je prišlo samo pri močno ekscentričnih orbitah zvezd pri tipu S. V teh primerih je težko »na oko« določiti mejo med stabilnostjo in kaotičnostjo tira, planet pa je podvržen velikim spremembam sil in pospeškov. V teh primerih bi moral verjetno še bolj skrajšati časovni korak v simulacijah. Dobro ujemanje rezultatov potrjuje, da sem našel ustrezno rešitev zastavljenega problema. Spremljanje simulacij stabilnih orbit postreže z zanimivim ponavljanjem vzorcev, ki zapolnjujejo nastajajoči krog ali kolobar, pri nestabilnih orbitah pa se pokaže prava narava gravitacije. Spremljamo lahko vpliv mase in razdalje na privlak med telesi, ohranitev kinetične in potencialne energije, destabilizacijo orbite planeta, zamenjavo zvezde, okoli katere kroži in nazadnje tudi izmet iz sistema.

8 ZAHVALA

Za pomoč pri izdelavi raziskovalne naloge se zahvaljujem svojemu mentorju. Zahvala tudi profesoricama Polonci Glojek in mag. Alenki Gortan za lektoriranje. Vsej svoji družini pa se zahvaljujem za podporo.

9 PRILOGE

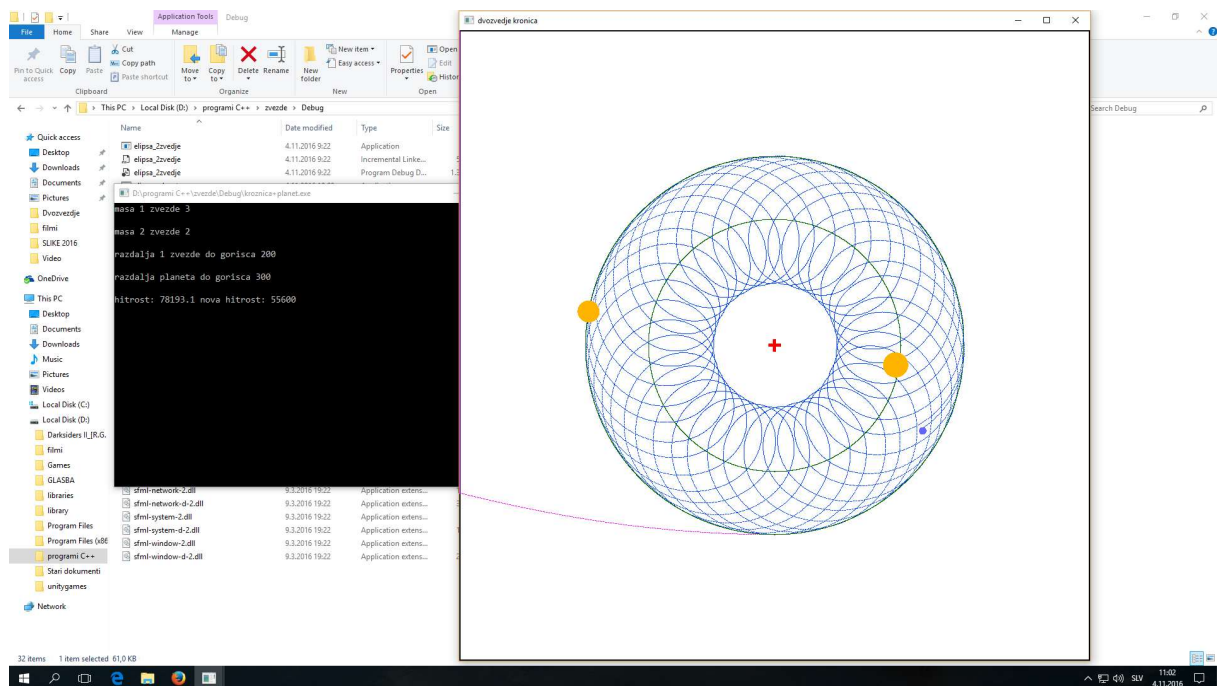
9.1 Zvezde

»Solution«, narejen s programom Visual Studio 2015, ki vsebuje vse programe uporabljene v raziskovalni nalogi, je priložen na CD/DVD-ju. V primeru, da je na računalniku že naložen Visual studio 2015, se lahko programe brez problema požene. Če ne, je najprej potrebno naložiti Visual C++ redistributable 2015, program v velikosti približno 20 MB, z Microsoftove spletne strani. Nato se lahko programe odpre z izvršljivimi datotekami, ki so v mapi Release.

Priloženi programi so:

- kroznica_2zvezdje – simulacija kroženja dveh zvezd okoli skupnega težišča po krožnici.
 - Vhodni podatki: masa 1. zvezde, masa 2. zvezde, oddaljenost 1. zvezde od skupnega težišča.
- elipsa_2zvezdje – simulacija kroženja dveh zvezd okoli skupnega težišča po elipsi.
 - Vhodni podatki: masa 1. zvezde, masa 2. zvezde, oddaljenost 1. zvezde od skupnega težišča v periapsu in oddaljenost 1. zvezde od skupnega težišča v apoapsu.
- kroznica+planet – okoli dveh zvezd z krožnim tirom krožita še dva planeta tipa P. V središču koordinatnega sistema je težišče.
 - Vhodni podatki: masa 1. zvezde, masa 2. zvezde, oddaljenost 1. zvezde od skupnega težišča, začetna oddaljenost planeta od težišča in hitrost planeta v smeri pravokotno na zveznico do težišča.
- elipsa+planet – okoli dveh zvezd z eliptičnim tirom krožita še dva planeta tipa P. V središču koordinatnega sistema je težišče.
 - Vhodni podatki: masa 1. zvezde, masa 2. zvezde, oddaljenost 1. zvezde od skupnega težišča v periapsu in oddaljenost 1. zvezde od skupnega težišča v apoapsu, začetna oddaljenost planeta od težišča in hitrost planeta v smeri pravokotno na zveznico do težišča. 1
- elipsa+S – okoli dveh zvezd z eliptičnim tirom kroži še planet tipa S. V središču koordinatnega sistema je težišče.
 - Vhodni podatki so enaki kot pri elipsa+planet.
- kroznica+S – dve zvezdi s krožnim tirom ter planet tipa S. V središču koordinatnega sistema je 1. zvezda – zvezda. okoli katere kroži planet.
 - Vhodni podatki so enaki kot pri kroznica+planet.
- elipsa+S+centerzvezda – dve zvezdi z eliptičnim tirom ter planet tipa S. V središču koordinatnega sistema je 1. zvezda – zvezda. okoli katere kroži planet.
 - Vhodni podatki so enaki kot pri elipsa+planet.

Ko poženemo izbrani program, se odpreta dve okni: manjše tekstovno okno za vnos podatkov in večje grafično okno velikosti 1000 pikslov x 1000 pikslov, kjer se rišejo orbite – slika 24. Podatke vnašamo v vrstnem redu, kot to od nas zahteva program. Vsako vneseno številko potrdimo s tipko ENTER. **Pri vnosu upoštevamo, da je enota za merjenje razdalj 10^9 m, enota za maso zvezd pa 10^{30} kg. Tako je razdalja ena astronomska enota enaka 150, Sončna masa pa 2.** Hitrost planeta je v metrih na sekundo, program pa za orientacijo izpiše velikost hitrosti, ki jo dobimo z izenačitvijo sile teže in centrifugalne sile na planet v izhodiščni točki.



Slika 24: primer prikaza na zaslonu računalnika ob zagonu programov

Primeri na slikah iz naloge: ime programa in po vrsti vrednosti vhodnih podatkov

Slika 8 – tip P: elipsa+planet (1,1,100,300,1350,10023)

Slika 11 – retrogradna »trikotna«: krožnica+planet (1,1,200,300,-31700)

Slika 16 – dve pentlji: krožnica+planet (1,1,200,380,27970)

Slika 16 – »oko«: krožnica+S (1,1,200,380,27970)

Slika 20,21 – »marjetica«: elipsa+S+centerzvezda (1,3,200,200,280,-38500)

Slika 22 – miška: elipsa+S (1,9,100,300,170,42000)

Nekaj zanimivejših animacij je zbranih v videu z naslovom »Creative Gravity«, ki je objavljen na Youtube naslovu:

<https://www.youtube.com/watch?v=0SmuWakQc7s> .

10 VIRI IN LITERATURA

1. Binary stars, Australia telescope national facility.
http://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/binary_intro.html
(19. 8. 2016).
2. Curtis, H. D. 2010. Orbital mechanics for engineering students. Butterworth-Heinemann, Oxford, UK.
3. Dvorak, R. Critical orbits in elliptic restricted three-body problem. Astronomy and astrophysics: 1986, 167, 379–386.
4. Holman, M. J., Weigert, P. A. Long-term stability of planets in binary systems. The astronomical journal: januar 1999, 177, 621–628.
5. Rabl, G., Dvorak, R. Satellite-type planetary orbits in double stars: a numerical approach. Astronomy and astrophysics: 1988, 191, 385–391.
6. Kepler-47: two worlds circling a double star.
<http://www.space.com/17348-tatoonine-alien-planets-two-suns-kepler-74-infographic.html>
(18. 8. 2016).
7. Orbits for Inner Planets of Binary Stars.
<http://burtleburtle.net/bob/physics/binary.html>
(18. 8. 2016).