

OSNOVNA ŠOLA FRANA KOCBEKA
Kocbekova cesta 21, Gornji Grad

MLADI RAZISKOVALCI ZA RAZVOJ ŠALEŠKE DOLINE

RAZISKOVALNA NALOGA

**KAJ NAJ IZBEREM:
KILOGRAM, METER ALI LITER KOVANCEV ZA 1 €?**

Tematsko področje: matematika

Avtor:
Luka Humar, 9. razred

Mentor:
Dušanka Colnar, učiteljica matematike in fizike

Gornji Grad, 2017

Humar L., Kaj naj izberem: kilogram, meter ali liter kovancev za 1 €?.

Raziskovalna naloga, OŠ Frana Kocbeka Gornji Grad, 2017

Raziskovalna naloga je bila opravljena na Osnovni šoli Frana Kocbeka Gornji Grad.

Mentor:

Dušanka Colnar, učiteljica matematike in fizike

Datum predstavitve:

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

- ŠD Osnovna šola Frana Kocbeka Gornji Grad, 2016/2017
KG evro, mersko število, merska enota, denar, merjenje, kovanec
AV HUMAR, Luka
SA Colnar, Dušanka
KZ 3342 Gornji Grad, SLO, Kocbekova 21
ZA Osnovna šola Frana Kocbeka Gornji Grad
LI 2017
IN KAJ NAJ IZBEREM: KILOGRAM, METER ALI LITER KOVANCEV ZA 1 €?
TD raziskovalna naloga
OP V, 17 s, 2 tab, 1 graf
IJ sl
AI Preštevanje denarja in ugotavljanje njegove vrednosti je ena od izkušenj, s katero se srečujemo vsak dan, vse od zgodnjega otroštva dalje. Tako zelo smo navajeni na običajno enoto, kot je npr. evro (€), da lahko zaradi drugače izbrane enote popolnoma izgubimo občutek za velikost merjene količine. In prav tako situacijo obravnavam v raziskovalni nalogi. V njej najprej povzamem zgodovino denarja na slovenskih tleh in opišem evrski kovanec za 1 €. Nato predstavim pomen mednarodnega sistema enot, pravilnega zapisovanja in upoštevanja merskih enot ter izvor nekaterih merskih enot (kilogram, meter, liter).

V raziskovalni nalogi sem se spraševal, kdaj bom pridobil največjo vsoto denarja: če dobim 1 kilogram, 1 meter ali 1 liter kovancev za 1 €. V postavljeni hipotezi sem trdil, da imam največ kovancev za 1 € takrat, ko jih imam 1 kg. Hipotezo sem preveril z metodo računanja. Pri tem sem ugotavljal tudi, ali postavitev kovancev vpliva na število pridobljenih evrov. Hipotezo sem ovrgel. Izkazalo se je namreč, da bi pridobil največ denarja takrat, če bi izbral 1 liter kovancev za 1 €.

KEY WORD DOCUMENTATION

ND Fran Kocbek Primary school Gornji Grad, 2016/2017
CX euro, measurement number, measurement unit, money, measuring, coin
AU Humar, Luka
AA Colnar, Dušanka
PP 3342 Gornji Grad, SLO, Kocbekova 21
PB Fran Kocbek Primary school Gornji Grad
PY 2017
TI WHAT TO CHOOSE: A KILO, A METER OR A LITRE OR 1 € COINS?
DT Research paper
NO V, 17 pict, 2 tab, 1graph
LA sl
AL en
AB Counting money and estimating its value is one of the tasks we perform on the daily basis from our early childhood. We are so used to our usual unit, EUR for example, that we completely lose the ability to value the amount if presented in a different unit. That is the situation that I will explore in my work. First I will shortly explore the history of money in Slovenia's history and the properties of 1EUR coin. I will then explain the need for internationally accepted standards and the rules that guide them.

The main question that I asked myself was in what situation do I have bigger sum of money – if I get 1kg of coins, 1 meter of coins or 1 litre of coins. My initial claim was that 1kg of coins will be worth the most. To verify my hypothesis I used calculations, and I factored in the positioning of the coins. In the end, I discovered that my initial assumptions was faulty and that 1 litre worth of coins equals to the greatest sum.

KAZALO VSEBINE

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA	II
KEY WORD DOCUMENTATION	III
KAZALO VSEBINE.....	IV
KAZALO PREGLEDNIC	V
KAZALO GRAFIKONOV	V
KAZALO SLIK.....	V
1 UVOD.....	1
1.1 UVODNE MISLI	1
1.2 NAMEN NALOGE IN RAZISKOVALNO VPRAŠANJE	1
1.3 HIPOTEZE	1
2 PREGLED OBJAV.....	2
2.1 ZGODOVINA SLOVENSKEGA DENARJA	2
2.2 KOVANEC ZA 1 EVRO.....	2
2.2.1 Skupna stran kovanca.....	3
2.2.2 Nacionalna stran kovanca	3
2.2.3 Podatki o kovancu za 1 evro	3
2.3 MERJENJE.....	4
2.3.1 Merjenje in merski sistem	4
2.3.2 Zapis merjene količine	5
2.3.3 Meter	5
2.3.4 Kilogram.....	5
2.3.5 Liter	6
3 METODE IN MATERIAL.....	7
3.1 METODE	7
3.2 NAČRT DELA	7
3.3 IZBIRA POSODE S PROSTORNINO 1 LITER	8
3.4 PRIPOMOČKI ZA IZDELAVO MODELOV	8
4 RAZISKAVA IN IZDELAVA MODELOV	9
4.1 NAJVEČJE MOŽNO ŠTEVilo KOVANCEV V 1 KILOGRAMU	9
4.2 NAJVEČJE MOŽNO ŠTEVilo KOVANCEV V 1 METRU	9
4.3 NAJVEČJE MOŽNO ŠTEVilo KOVANCEV V 1 LITRU	10
4.4 UGOTOVITVE IN PRIMERJAVA	11
5 ZAKJUČEK	18
6 POVZETEK	19
7 ZAHVALA.....	20
8 VIRI IN LITERATURA.....	21

KAZALO PREGLEDNIC

TABELA 1: NAČRT DELA S POSAMEZNIMI KORAKI.....	7
TABELA 2: ŠTEVILLO KOVANCEV GLEDE NA POSAMEZNO IZBIRO	11

KAZALO GRAFIKONOV

GRAF 1: ŠTEVILLO KOVANCEV GLEDE NA IZBIRO MERSKE ENOTE.....	12
---	----

KAZALO SLIK

SLIKA 1: ZLATNIK (RIMSKO CESARSTVO, CESAR AVGUST: 2. STOL. PR. N. ŠT. – 4. STOL. N. ŠT.) [2].....	2
SLIKA 2: SREBRNIK, PFENIG (SREDNJI VEK, GROF U. II. CELJSKI: 1437-1441) [2].....	2
SLIKA 3: KOVANEC ZA 1000 DINARJEV (JUGOSLAVIJA:1963-1992) [2].....	2
SLIKA 4: SKUPNA (SPREDNJA) STRAN KOVANCA [3]	3
SLIKA 5: NACIONALNA (ZADNJA) STRAN KOVANCA [3]	3
SLIKA 6: ZGRADBA KOVANCA ZA 1 EVRO [5].....	4
SLIKA 7: PRAKILOGRAM (LEVO) IN PRAMETER (DESNO) [12]	6
SLIKA 8: 1 L VODE (LEVO) IN KOCKA S PROSTORNINO 1 DM ³ (DESNO).....	6
SLIKA 9: LEŽEČA POSTAVITEV KOVANCEV	9
SLIKA 10: POKONČNA POSTAVITEV KOVANCEV	9
SLIKA 11: SKICA VALJA S PROSTORNINO 1 LITER	10
SLIKA 12: TLORIS ŠKATLE Z 1 KOVANCEM.....	13
SLIKA 14: TLORIS ŠKATLE S 4 KOVANCI.....	15
SLIKA 15: TLORIS ŠKATLE Z 9 KOVANCI	16
SLIKA 16: ŠKATLA, KI IMA DOLŽINO IN ŠIRINO ENAKO POLJUBNEMU VEČKRATNIKU PREMERA KOVANCA.....	16
SLIKA 17: TLORIS ŠKATLE S k_2 KOVANCI	17

1 UVOD

1.1 Uvodne misli

Za naslednji rojstni dan mi je dedek obljudil darilo v obliki kovancev za 1€. Povedal mi je, da ima dovolj kovancev za en liter, en meter in en kilogram. Sam se moram odločiti, koliko kovancev želim. Naročil mi je, da mu moram prinesti modele za 1 liter, 1 meter in 1 kilogram oz. preproste merilne priprave, s katerimi bova odmerila vrednost mojega darila. Dal mi je en teden za razmislek. Ker pa bi rad imel čim več denarja in sem nor na matematiko, sem se odločil, da bom izračunal, v katerem primeru dobim več kovancev.

1.2 Namen naloge in raziskovalno vprašanje

Namen raziskovalne naloge je ugotoviti, katero mersko enoto moram izbrati, da bi dobil največjo vsoto denarja: 1 kilogram kovancev za 1 evro ali 1 meter kovancev za 1 evro ali 1 liter kovancev za 1 evro.

Za to seminarsko nalogo sem se odločil tudi zaradi napake pri testu pri fiziki. Ta napaka se je pripetila zaradi manjkajoče pretvorbe iz centimetrov v metre in mi je prinesla oceno 4, čeprav bi sicer lahko dobil oceno 5. To me je razjezilo, zato sem začel razmišljati o pomembnosti merskih enot in njihovih pretvorb.

1.3 Hipoteze

Pred začetkom računanja sem postavil hipoteze:

1. Največjo vrednost predstavlja 1 kg kovancev za 1 evro.
2. Najmanjšo vrednost predstavlja 1m kovancev za 1 evro postavljenih ležeče.

2 PREGLED OBJAV

2.1 Zgodovina slovenskega denarja

Zgodovina denarja na slovenskih tleh se začne v času Etruščanov v 4. stol. pr. n. št. Nato se je v 2. stol. pr. n. št. oblikovala keltska kovnica na območju Celja. Do konca 5. stol. n. št. pa smo kot del Rimskega cesarstva imeli rimski denar, ki je predstavljal prvo globalno valuto.

6. in 8. stol. je predstavljalo omejen obtok denarja raznih plemen, obenem pa je opazno vračanje k naturalnem gospodarstvu. Čas od 7. do 10. stol. je čas brez denarja, po 10. stol. pa je slovensko ozemlje pripadalo nemškemu cesarstvu, kar privede do ponovnega vzpostavljanja denarnega gospodarstva. Sredi 15. stol. postajajo vse bolj pomembni Celjski grofje, ki kujejo lasten denar. 16. stol. pripelje do rojstva avstrijskega tolarja, ki ga prevzame tudi Slovenija. Za kratek čas pa Ilirske province to zmotijo in nam prinesejo francoski denar. Leta 1848 Slovenci v času narodnega prebujenja dobimo prve bankovce v slovenščini. V letu 1867 nastane Avstro-Ogrska in pod njeno oblastjo uporabljamo tudi njen denar. Od decembra 1918 smo del Kraljevine Srbov, Hrvatov in Slovencev, ki ima svoj lasten denar. [1]

V Sloveniji je leta 1944 ustanovljena prva emisijska banka, ki je izdala tudi prvi, v Sloveniji izdelan denar. Med letoma 1945 in 1991 je Slovenija vpeta v jugoslovanski monetarni sistem.



Slika 1: Zlatnik (Rimsko cesarstvo, cesar Avgust: 2. stol. pr. n. št. – 4. stol. n. št.) [2]



Slika 2: Srebrnik, pfenig (Srednji vek, grof U. II. Celjski: 1437-1441) [2]



Slika 3: Kovanec za 1000 dinarjev (Jugoslavija:1963-1992) [2]

Leta 1991 Slovenija postane samostojna država. Od takrat pa vse do leta 2006 ima Slovenija svoj lastni denar - slovenski tolar (SIT), leta 2007 pa vstopimo v evrski denarni sistem in za plačilno sredstvo začnemo uporabljati evro (€). [1]

2.2 Kovanec za 1 evro

Leta 1996 se je Svet ministrov Evropske unije za gospodarstvo in finance, ki je bila v Veroni, dogovoril, da bodo imeli evrski kovanci [3]:

- skupno (sprednjo) stran, ki označuje nominalno vrednost in je enotna za vse države,
- nacionalno (zadnjo) stran, ki jo vsaka država oblikuje po svoje.



Slika 4: Skupna (sprednja) stran kovanca [3]



Slika 5: Nacionalna (zadnja) stran kovanca [3]

2.2.1 Skupna stran kovanca

Na njej je na levi polovici številka, ki označuje vrednost kovanca. Med spodnjim in zgornjim robom desne polovice je 6 ravnih navpičnih črt. Čeznje je razporejenih 12 zvezd, po ena tik pred vsakim zgornjim in spodnjim koncem. Evropska celina je upodobljena na desni polovici strani. Desni del upodobitve prekriva osrednji del črt. Čez sredino desne polovice je vodoravno izpisana beseda »EURO«. Pod črko »O« besede »EURO« sta ob desnem obodu kovanca odtisnjeni začetnici graverja »LL«. [3]

2.2.2 Nacionalna stran kovanca

Na vsakem kovancu za 1 € je na zadnji strani upodobljena drugačna podoba, odvisno od države porekla. Tako je na našem kovancu za 1 € upodobljen doprsni portret Primoža Trubarja, zaslužnega za prvo slovensko tiskano knjigo. Ob njegovi podobi je na srebrnem delu kovanca na zgornjem delu vpisan še stavek »STATI INU OBSTATI«, na spodnjem pa »PRIMOŽ TRUBAR«. Na zlatem delu pa si sledi zaporedje po ene zvezdice in po ene črke iz besede »SLOVENIJA« ter letnica izdaje. [4]

2.2.3 Podatki o kovancu za 1 evro

Kovanec za 1 evro je okrogel. Njegove mere so 23,25 mm premera in 2,33 mm debeline. Tehta 7,5 g in je sestavljen iz 75 % bakra, 20 % cinka in 5 % niklja za zlati del (kolobar) in 75 % bakra in 25 % niklja za srebrni del (jedro), ki so naneseni v treh plasteh. Obod je nazobčan s prekinitvami. [5]



Slika 6: Zgradba kovanca za 1 evro [5]

2.3 MERJENJE

2.3.1 Merjenje in merski sistem

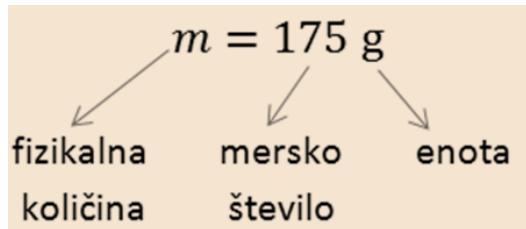
Z merjenjem se je človek ukvarjal že od pradavnine dalje, pri izgradnji bivališča, oblikovanju oblačil, delitvi hrane ipd. Za enote merjenja so najpogosteje uporabili kar dele človeškega telesa ali pa katerega od predmetov iz svoje okolice. Z razvojem kmetijstva in nastankom prvih držav, kot sta stari Egipt in Mezopotamija, so se razvijale tudi metode merjenja. Ker pa po celi državi niso imeli enakih merskih enot za zapis nekih meritev, je to pripeljalo do težav pri trgovanju.

Pojavljale so se težnje po poenotenju merskih enot, ki pa so za vse vladarje predstavljal prevelik zalogaj. Tudi Julij Cezar (1. stoletje pr. n. št.), ki je zmogel preurediti koledar, ni mogel uveljaviti poenotenja enot za merjenje. V dobi industrije pa so se te pomanjkljivosti še veliko bolj poznale, saj je železnica odprla veliko večji trg po celotni Evropi. S povezovanjem znanstvenikov iz različnih dežel se je ta zmeda prenesla tudi na področje znanosti. In prav znanstveniki so poskrbeli za poenotenje. Dogovorili so se, da se bodo ustalili na novo ustvarjenih enotah. Tako so izračunali meter, napolnili liter in stehtali kilogram. Nastal je Mednarodni sistem enot (Système International d'Unités ali krajše SI). Ta definira 7 osnovnih enot, izpeljane enote in predpone. [6]

Začeli so leta 1875, ko je 17 držav podpisalo Metrsko konvencijo in osnovalo Mednarodni urad za uteži in mere, ki ima sedež v Franciji. Današnje ime pa je Mednarodni sistem enot dobil leta 1960 na 11. generalni konferenci urada za uteži in mere. Večina držav, ki so sprejele Mednarodni sistem enot, je to zapisala v svojo zakonodajo. Definicije nekaterih enot so se sčasoma spremajale, in sicer zaradi tega, ker so jih želeli opreti na nespremenljive oz. stabilne naravne pojave. [7]

2.3.2 Zapis merjene količine

Pri zapisovanju fizikalnih količin upoštevamo pravilo, da vrednost fizikalne količine vedno zapišemo kot produkt merskega števila in merske enote. [8]



2.3.3 Meter

Meter je merska enota za dolžino, višino in vse, kar je povezano z razdaljo. Leta 1791 sta znanstvenika Laplace in Lagrange predlagala, naj bo 1 meter $\frac{1}{10\ 000\ 000}$ četrtine Zemljinega obsega oz. $\frac{1}{40\ 000\ 000}$ pariškega poldnevnika. Po tem predlogu so leta 1882 izdelali prameter. To je traverza iz zlitine platine in iridijskega železa. Na njej sta dve zarezi, med katerima je pri temperaturi 0°C razdalja 1 meter. In po tem prametu so bili izdelani vsi metri. Ker pa obseg Zemlje ni popolna konstanta, je bila leta 1960 definicija metra spremenjena. Za 1 meter so predlagali 1 650 763,73 valovnih dolžin rdeče svetlobe, ki jo sevajo vzbujeni atomi kriptona 86 v vakuumu. Najnovejša definicija iz leta 1983 pa pravi, da je 1 meter pot, ki jo svetloba prepotuje v vakuumu v $\frac{1}{299\ 792\ 458}$ sekunde. [9]

2.3.4 Kilogram

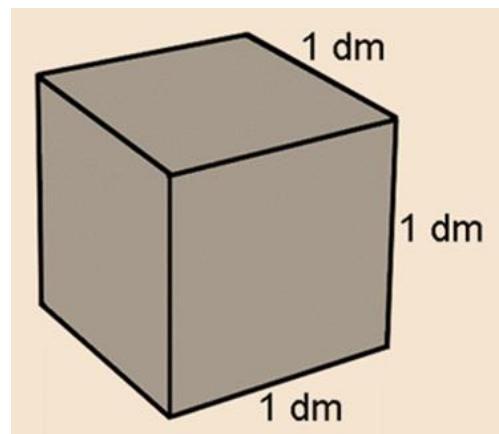
Kilogram je merska enota za maso in je edina osnovna enota, ki temelji na nekem fizičnem predmetu. Za 1 kilogram so namreč določili maso mednarodnega prototipa iz leta 1889. Ta utež je izdelana iz zlitine platine in iridijskega železa, imenujemo jo prakilogram. Dobili so ga tako, da so 1 dm³ (1 liter) vode ohladili na 4°C in jo stehtali. Prakilogram je shranjen v rezervu Mednarodnega urada za uteži in mere v Franciji, njegove uredne replike pa služijo kot nacionalni standardi. Ker novejša doganjanja kažejo, da se je masa prakilograma v času do danes malce zmanjšala, iščejo drugačno definicijo kilograma, tako, ki bo oprta na neko konstanto. Stabilnost »izvorne uteži« za 1 kilogram je namreč zelo pomembna, saj tvori temelj za vse enote, ki izhajajo iz nje. [10] [11]



Slika 7: Prakilogram (levo) in prameter (desno) [12]

2.3.5 Liter

Liter je merska enota za volumen oz. prostornino, ki jo neko telo zavzame. En liter je enak 1 dm^3 , kar je enako prostornini kocke s stranico 1 dm ali 10 cm . [13]



Slika 8: 1 l vode (levo) in kocka s prostornino 1 dm^3 (desno)

Prostornino 1 dm^3 pa lahko predstavimo tudi npr. kot kvader s stranicami $a = 10 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$ in $c = 20 \text{ cm}$ ali $a = 5 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$ in $c = 40 \text{ cm}$ in s piramido s stranicama $a = 5 \text{ cm}$ in $b = 5 \text{ cm}$ in $v = 120 \text{ cm}^3$.

3 METODE IN MATERIAL

3.1 Metode

Moje delo je temeljilo na raziskovanju, na metodi dela z besedilnimi viri, pogovoru, metodi matematičnih izračunov in metodi praktičnega izdelovanja modelov. Sestavil sem načrt in opredelil pripomočke za izdelavo modelov.

3.2 Načrt dela

Na začetku sem najprej izdelal načrt dela, ki je vseboval 6 korakov.

Tabela 1: Načrt dela s posameznimi koraki

Zaporedje korakov	Vsebina
Razmišljanje o vsebini naloge	- pogovor z učiteljico
Pregled in izbiranje virov	- o merjenju - o merskih enotah - o kovancih na slovenskem - o kovancu za 1 evro
Izbira posode, ki drži 1 liter	- razmišljanje o prostornini teles - izbira valja prave velikosti - enačba za prostornino valja
Računanje števila kovancev v 1 kilogramu, 1 metru in 1 litru	- upoštevanje različne postavitve kovancev - uporaba formul za prostornino - izbira najbolj ugodne variante
Izbiranje pripomočkov za modele	- vrvica z dolžino 1 m - utež za 1kg in ravnoesna tehnicka - valj s premerom, enakim premeru kovanca za 1€ in prostornino 1 liter
Ureditev in komentar rezultatov	- izdelava tabel - razmerja števila kovancev glede na posamezno izbiro

3.3 Izbira posode s prostornino 1 liter

Če želim imeti v posodi s prostornino 1 liter čim več kovancev, moram poskrbeti, da bo med kovanci čim manj praznega prostora. To dosežem tako, da za posodo izberem valj, ki ima premer enak premeru kovanca ($2r_{1€} = 23,25 \text{ mm}$) in prostornino 1 liter ($V = 1l = 1\text{dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ mm}^3$). Višino takega valja lahko izračunam tako, da uporabim enačbo za prostornino valja [14]:

$$\begin{aligned} V &= \pi(r_{1€})^2 v \\ v &= \frac{V}{\pi(r_{1€})^2} \\ v &= \frac{1\,000\,000 \text{ mm}^3}{\pi\left(\frac{23,25 \text{ mm}}{2}\right)^2} \\ v &= \frac{1\,000\,000 \text{ mm}^3}{\pi(11,625 \text{ mm})^2} \\ v &= \frac{1\,000\,000 \text{ mm}^3}{3,14 \cdot 135,140625 \text{ mm}^2} \\ v &= 2\,355,4 \text{ mm} \\ v &= 235,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Matematično izračunano višino valja 235,5 cm sem preveril tako, da sem vzel akrilno cev z notranjim premerom 23,25 mm. Na eni strani sem jo zamašil, vanjo natočil 1 liter vode in zarisal, do koder je segala gladina vode. To je seveda optimalni primer. Veliko bolj realističen bi bil model posode s prostornino 1 liter, ki bi imel obliko kvadra z dolžino in širino enako večkratniku števila 23,25 (23,25 mm je premer kovanca). Vendar bi v tem primeru prišlo do izgube vrednosti dobljenega denarja in sicer v višini 21,5 % in to ne glede na to, kateri večkratnik števila 23,25 bi uporabil za dolžino in širino kvadra. To pomeni, da je število kovancev in s tem vrednost mojega darila vedno enaka, kar bom pokazal v nadaljevanju naloge.

3.4 Pripomočki za izdelavo modelov

Za izdelavo modelov, s katerimi se da izmeriti število kovancev, potrebujem:

- za model za izmero 1 kilograma kovancev: previsna tehnicka z utežjo z maso 1 kg (plastenka z litrom vode)
- za model za izmero 1 metra kovancev: vrvica, dolga 1 m
- za model za izmero 1 litra kovancev: cev z notranjim premerom enakim premeru kovanca ($2r_{1€} = 23,25 \text{ mm}$), ki je odrezana na višini 235,5 cm

4 RAZISKAVA IN IZDELAVA MODELOV

Podatki o kovancu za 1 evro (1 €) so splošno dostopni na različnih internetnih straneh [5]. Najprej sem izračunal največje število kovancev, ki jih dobim v 1 kilogramu. Nato sem enako naredil še za kovance, ki so nanizani na razdalji 1 metra, in nazadnje še za kovance, ki so zloženi v posodo s prostornino 1 liter.

Podatki o kovancu za 1 €:

$$\text{premer } 2r_{1\text{€}} = 23,25 \text{ mm}$$

$$\text{debelina } h_{1\text{€}} = 2,33 \text{ mm}$$

$$\text{masa } m_{1\text{€}} = 7,50 \text{ g}$$

4.1 Največje možno število kovancev v 1 kilogramu

Upošteval sem, da ima kovanec za 1 € maso $m_{1\text{€}}$, ki meri 7,50 g.

$$m_{1\text{€}} = 7,50 \text{ g}$$

Zanimalo me je največje število kovancev (x), ki jih lahko pridobim v 1 kilogramu. Upošteval sem, da je:

$$m = 1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

in izračunal število kovancev x :

$$\begin{aligned}x \cdot m_{1\text{€}} &= m \\x &= \frac{m}{m_{1\text{€}}} \\x &= \frac{1000 \text{ g}}{7,5 \text{ g}} \\x &= 133,3\end{aligned}$$

V 1 kilogramu je lahko največ 133 kovancev za 1 € in vrednost mojega darila bi v tem primeru znašala 133 €.

4.2 Največje možno število kovancev v 1 metru

Kovance lahko postavljam na dva načina, ležeče (slika 9) in pokončno (slika 10). Za vsako od teh dveh postavitev me zanima, koliko kovancev za 1 € vsebuje.



Slika 9: Ležeča postavitev kovancev

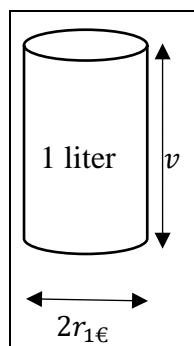


Slika 10: Pokončna postavitev kovancev

Izračuni za ležečo postavitev kovancev (slika 9):	Izračuni za pokončno postavitev kovancev (slika 10):
<p>Kovanec za 1 € ima premer $2r_{1\epsilon}$. $2r_{1\epsilon} = 23,25 \text{ mm}$</p> <p>Zanima me največje število kovancev (x), ki jih lahko pridobim na dolžini d, ki meri 1 meter. Upošteval sem, da je</p> $d = 1 \text{ m} = 1000 \text{ mm}$ <p>in izračunal število kovancev x:</p> $x \cdot 2r_{1\epsilon} = d$ $x = \frac{d}{2r_{1\epsilon}}$ $x = \frac{1000 \text{ mm}}{23,25 \text{ mm}}$ $x = 43,01$ <p>Na dolžini 1 metra ležeče postavljenih kovancev za 1 € je lahko največ 43 kovancev in vrednost mojega darila bi v tem primeru znašala 43 €.</p>	<p>Kovanec za 1 € ima debelino $h_{1\epsilon}$. $h_{1\epsilon} = 2,33 \text{ mm}$</p> <p>Zanima me največje število kovancev (x), ki jih lahko pridobim na dolžini d, ki meri 1 meter. Upošteval sem, da je</p> $d = 1 \text{ m} = 1000 \text{ mm}$ <p>in izračunal število kovancev x:</p> $x \cdot h_{1\epsilon} = d$ $x = \frac{d}{h_{1\epsilon}}$ $x = \frac{1000 \text{ mm}}{2,33 \text{ mm}}$ $x = 429,19$ <p>Na dolžini 1 metra pokončno postavljenih kovancev za 1 € je lahko največ 429 kovancev in vrednost mojega darila bi v tem primeru znašala 429 €.</p>

4.3 Največje možno število kovancev v 1 litru

Iskal sem tudi največje možno število kovancev, ki jih lahko dobim v 1 litru. Če za posodo, ki drži 1 liter izberem valj (slika), ki ima premer enak premeru kovanca za 1 € ($2r_{1\epsilon} = 23,25 \text{ mm}$) in prostornino, ki meri 1 liter, bom dobil največje možno število kovancev za 1 €.



Slika 11: Skica valja s prostornino 1 liter

Najprej sem izračunal $V_{1€}$, to je prostornino enega kovanca za 1 €:

$$\begin{aligned}V_{1€} &= \pi(r_{1€})^2 h_{1€} \\V_{1€} &= 3,14 \cdot \left(\frac{23,25 \text{ mm}}{2}\right)^2 \cdot 2,33 \text{ mm} \\V_{1€} &= 3,14 \cdot 135,14 \text{ mm}^2 \cdot 2,33 \text{ mm} \\V_{1€} &= 988,71 \text{ mm}^3\end{aligned}$$

Nato me je zanimalo največje število kovancev (x), ki jih lahko pridobim v prostornini 1 litra. Upošteval sem, da je

$$V = 1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000 \text{ mm}^3$$

in izračunal število kovancev x :

$$\begin{aligned}x \cdot V_{1€} &= V \\x &= \frac{V}{V_{1€}} \\x &= \frac{1\,000\,000 \text{ mm}^3}{988,71 \text{ mm}^3} \\x &= 1\,011\end{aligned}$$

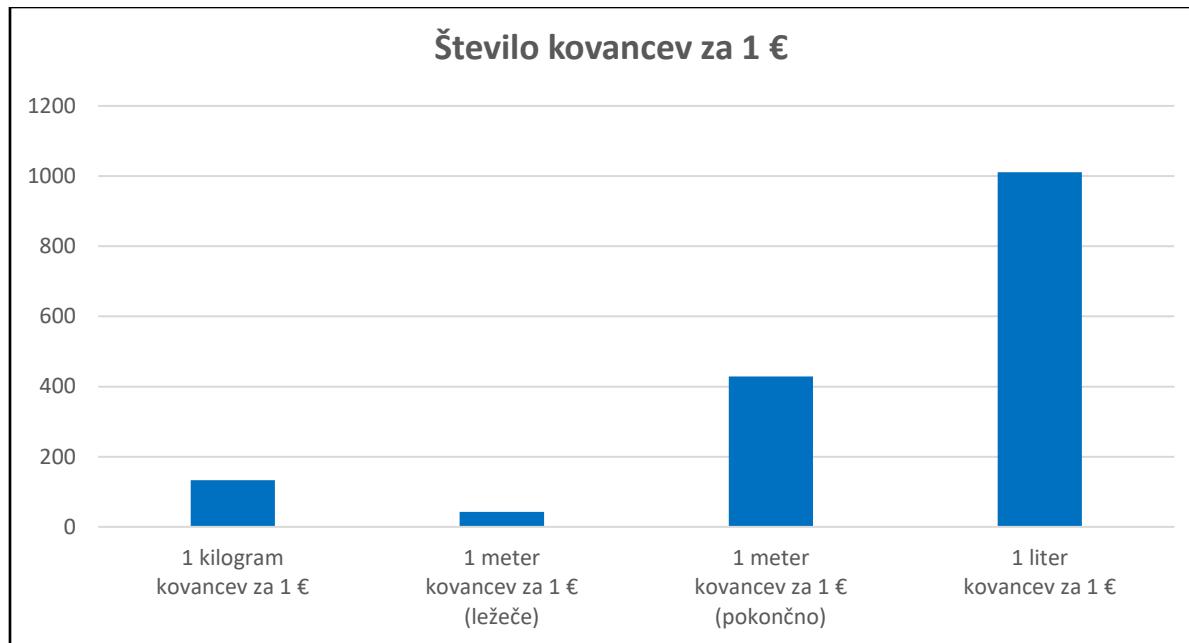
Ugotovil sem, da je v 1 litru lahko največ 1 011 kovancev, zato bi vrednost mojega darila v tem primeru znašala 1 011 €.

4.4 Ugotovitve in primerjava

Ugotovil sem, da je v 1 kilogramu 133 kovancev, da je v 1 metru 43 ležeče postavljenih kovancev ali pa 429 pokončno postavljenih kovancev in da je v 1 litru 1011 kovancev za 1 €. Vse te izračune sem zbral v spodnji tabeli, jim priredil denarno vrednost ter jih grafično predstavil s stolpčnim diagramom.

Tabela 2: Število kovancev glede na posamezno izbiro

Izbira	Število kovancev	Vrednost darila
1 kilogram kovancev za 1 €	133	133 €
1 meter kovancev za 1 € (ležeče)	43	43 €
1 meter kovancev za 1 € (pokončno)	429	429 €
1 liter kovancev za 1 €	1 011	1 011 €



Graf 1: Število kovancev glede na izbiro merske enote

Da bi bili velikostni odnosi med številom kovancev v 1 kilogramu, 1 metru in 1 litru bolj razumljivi, sem jih predstavil še v obliki razmerja.

$$\text{liter}_{1€} : \text{meter}_{\text{ležeče } 1€} : \text{kilogram}_{1€} = 1\,011 : 43 : 133 \approx 23,5 : 1,0 : 3,1$$
$$\text{liter}_{1€} : \text{meter}_{\text{ležeče } 1€} : \text{kilogram}_{1€} = 1\,011 : 43 : 133 \approx 7,6 : 0,3 : 1,0$$

$$\text{liter}_{1€} : \text{meter}_{\text{pokončno } 1€} : \text{kilogram}_{1€} = 1\,011 : 429 : 133 \approx 2,4 : 1,0 : 0,3$$

$$\text{liter}_{1€} : \text{meter}_{\text{pokončno } 1€} : \text{kilogram}_{1€} = 1\,011 : 429 : 133 \approx 7,6 : 3,2 : 1,0$$

Iz razmerij lahko vidimo, da lahko namesto vsakega kovanca za 1 €, ki je postavljen ležeče na razdalji 1 metra, dobim:

- iz vreče, v kateri je 1 kg kovancev, 3 €.
- iz posode, v katerem je 1 liter kovancev, pa kar 23,5 €.

Vidimo lahko tudi, da lahko namesto vsakega kovanca za 1 €, ki je postavljen pokončno na razdalji 1 metra, dobim:

- iz vreče, v kateri je 1 kg kovancev, samo 0,3 €,
- iz posode, v katerem je 1 liter kovancev, pa 2,4 €.

Na podoben način bi lahko zapisali tudi druge primerjave. Razmerje nam bolj jasno predstavlja, koliko kovancev neke enote bi dobili za določeno vrednost druge enote. Po tem merilu bi npr. za 1 € v kilogramu dobili 7,6 € v litru. Razmerje nam pove, koliko kovancev bi spravili v eno od teh enot glede na drugi dve enoti.

Izračuni pokažejo, da je v 1 litru največ kovancev za 1 € in je to zame najugodnejša varianca. Razočaran bi bil, če bi si izbral 1 meter kovancev, ki so nanizani eden poleg drugega ležeče (slika 9). Dobil bi najmanjše število kovancev in s tem najmanjšo vrednost denarja. Na osnovi teh izračunov lahko 1. hipotezo ovržem in 2. hipotezo potrdim.

1. Hipoteza	Potrditev
Največjo vrednost predstavlja 1 kg kovancev za 1 evro.	

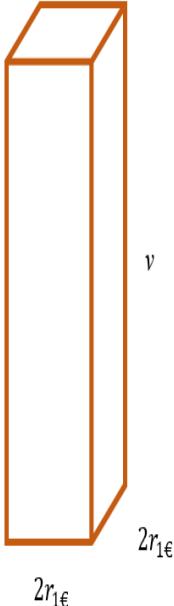
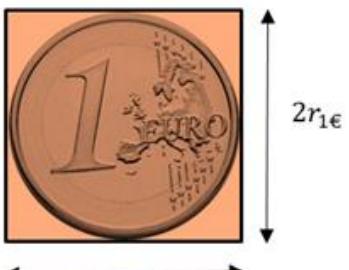
2. Hipoteza	Potrditev
Najmanjšo vrednost predstavlja 1m kovancev za 1 evro, postavljenih ležeče.	

Poglejmo še, kolikšna bi bila izguba v vrednosti denarja, če za litrsko posodo ne bi izbral valja ampak škatlo v obliki kvadra, ki ima za dolžino in širino večkratnik premera kovanca. Kovance vanjo zlagam urejeno, poravnano, enega vrh drugega.

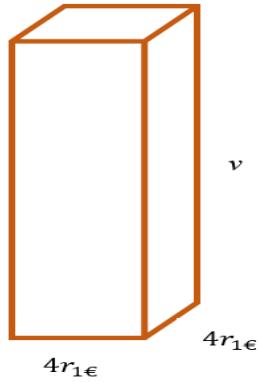
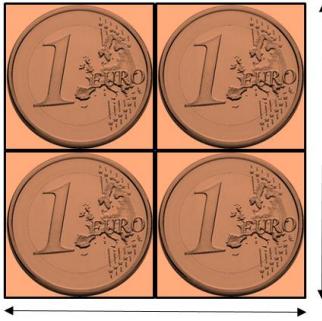
- Klikšno izgubo bi »pridelal« z enim samim kovancem, ki ga vložim v tesno prilegajočo se škatlico? Izguba nastane zaradi praznega prostora in kot kaže spodnji izračun pri posameznem kovancu znaša 21,5 %.

Prostornina škatice, v katero gre samo en kovanec	Prostornina enega kovanca Slika 12: Tloris škatle z 1 kovancem	Razlika prostornin zaradi katere nastane izguba v vrednosti denarja, ki je izražena v mm^3 in v %.
		$\Delta V = V - V_{1\epsilon}$ $\Delta V = 270,8 \text{ mm}^3$
$V = (2r_{1\epsilon})^2 \cdot v$ $V = (23,25 \text{ mm})^2 \cdot 2,33 \text{ mm}$ $V = 1259,51 \text{ mm}^3$	$V_{1\epsilon} = \pi(r_{1\epsilon})^2 h_{1\epsilon}$ $V_{1\epsilon} = 3,14 \cdot \left(\frac{23,25 \text{ mm}}{2}\right)^2 \cdot 2,33 \text{ mm}$ $V_{1\epsilon} = 3,14 \cdot 135,14 \text{ mm}^2 \cdot 2,33 \text{ mm}$ $V_{1\epsilon} = 988,71 \text{ mm}^3$	$\frac{\Delta V}{V_{1\epsilon}} = \frac{270,8 \text{ mm}^3}{1259,51 \text{ mm}^3}$ $\frac{\Delta V}{V_{1\epsilon}} = 0,215 = 21,5\%$

- Kolikšna bi bila izguba v vrednosti denarja, če v škatlo, ki ima prostornino 1 liter ter dolžino in širino enako premeru kovanca ($2r_{1\text{€}}$) vložim največje možno število kovancev? Spodnji izračuni kažejo, da bi v tem primeru dobil 793 kovancev in bi izguba znašala 21,6 %.

<p>Škatla, v katero gredo vsi kovanci, eden vrh drugega, mora imeti prostornino 1 liter. Višina take škatle meri 1849,92 mm.</p> 	<p>V škatlo s prostornino 1 liter in višino 1 849,92 mm lahko dam 793 kovancev po 1 €.</p> 	<p>V valj s premerom kovanca sem lahko vložil 1 011 kovancev (x).</p> <p>V izbrano škatlo, ki drži 1 liter, pa lahko vložim samo 793 kovancev (N).</p> <p>Izguba torej meri:</p> $\frac{x - N}{x} = \frac{1\,011 - 793}{1\,011}$ $\frac{x - N}{x} \approx 0,216 = 21,6 \%$
$V = 1 \text{ l} = 1000 \, 000 \text{ mm}^3$	<p>Na sliki je tloris škatle z 1 kovancem</p>	
$V = (2r_{1\text{€}})^2 \cdot v$ $v = \frac{V}{(2r_{1\text{€}})^2}$ $v = \frac{1\,000\,000 \text{ mm}^3}{(23,25 \text{ mm})^2}$ $v = 1\,849,92 \text{ mm}$	$N \cdot h_{1\text{€}} = v$ $N = \frac{1849,92 \text{ mm}}{2,33 \text{ mm}}$ $N = 793,96$	

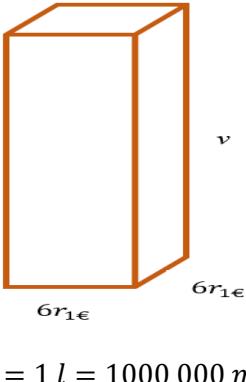
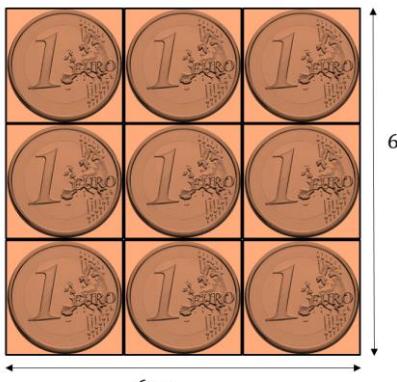
- Kolikšna bi bila izguba v vrednosti denarja, če v škatlo, ki ima prostornino 1 liter ter dolžino in širino enako dvakratniku premera kovanca ($2 \cdot 2r_1\epsilon$) zlagam kovance lepo enega vrh drugega (slika 13)? Spodnji izračuni kažejo, da bi v tem primeru dobil 792 kovancev in bi izguba znašala 21,7 %.

Škatla, v katero gredo vsi kovanci, eden vrh drugega, mora imeti prostornino 1 liter. Višina take škatle meri 462,48 mm.	V škatlo s prostornino 1 liter in višino 462,48 mm lahko dam 792 kovancev po 1 €.	V valj s premerom kovanca bi lahko vložil 1 011 kovancev (x). V izbrano škatlo, ki drži 1 liter, pa lahko vložim samo 792 kovancev (N). Izguba torej meri $\frac{x - N}{x} = \frac{1\,011 - 792}{1\,011}$ $\frac{x - N}{x} = 0,215 = 21,7 \%$
 $V = 1 l = 1000\,000 \text{ mm}^3$	 <p>Slika 13: Tloris škatle s 4 kovanci</p>	
$V = (4r_1\epsilon)^2 \cdot v$ $v = \frac{V}{(4r_1\epsilon)^2}$ $v = \frac{1\,000\,000 \text{ mm}^3}{(46,5 \text{ mm})^2}$ $v = 462,48 \text{ mm}$	Število kovancev v enem stolpcu je $n \cdot h_1\epsilon = v$ $n = \frac{462,48 \text{ mm}}{2,33 \text{ mm}}$ $n = 198,49$ in število vseh kovancev v škatli je $N = 4 \cdot n = 4 \cdot 198 = 792$	

- Kolikšna bi bila izguba v vrednosti denarja, če v škatlo, ki ima prostornino 1 liter ter dolžino in širino enako trikratniku premera kovanca ($3 \cdot 2r_1\epsilon$) zlagam kovance lepo enega vrh drugega (slika 14)? Spodnji izračuni kažejo, da bi v tem primeru spet dobil 792 kovancev in bi izguba spet znašala 21,7 %.

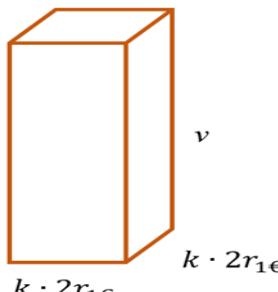
Humar L., Kaj naj izberem: kilogram, meter ali liter kovancev za 1 €?.

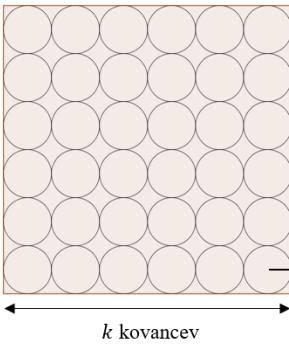
Raziskovalna naloga, OŠ Frana Kocbeka Gornji Grad, 2017

<p>Škatla, v katero gredo vsi kovanci, eden vrh drugega, mora imeti prostornino 1 liter. Višina take škatle meri 205,55 mm.</p>  $V = 1 \text{ l} = 1000 000 \text{ mm}^3$	<p>V škatlo s prostornino 1 liter in višino 205,55 mm lahko dam 792 kovancev po 1 €.</p> <p>Slika 14: Tloris škatle z 9 kovanci</p> 	<p>V valj s premerom kovanca bi lahko vložil 1 011 kovancev (x).</p> <p>V izbrano škatlo, ki drži 1 liter, pa lahko vložim samo 792 kovancev (N).</p> <p>Izguba torej meri</p> $\frac{x - N}{x} = \frac{1\,011 - 792}{1\,011}$ $\frac{x - N}{x} = 0,215 = 21,7 \%$
$V = (4r_{1\epsilon})^2 \cdot v$ $v = \frac{V}{(6r_{1\epsilon})^2}$ $v = \frac{1\,000\,000 \text{ mm}^3}{(69,75 \text{ mm})^2}$ $v = 205,55 \text{ mm}$	<p>Število kovancev v enem stolpcu je</p> $n \cdot h_{1\epsilon} = v$ $n = \frac{205,55 \text{ mm}}{2,33 \text{ mm}}$ $n = 88,22$ <p>in število vseh kovancev v škatli je</p> $N = 9 \cdot n = 9 \cdot 88 = 792$	

Preverim še, ali lahko za dolžino in širino škatle vzamem poljubni večkratnik števila 2,33 (poljuben večkratnik premera kovanca). Postopek bo sledeč:

- Izračunam prostornino škatle (V), ki ima dolžino in širino enako poljubnemu večkratniku premera kovanca ($k \cdot 2r_{1\epsilon}$) in višino v .
- Izračunam prostornino vseh kovancev v taki škatli (V_k).
- Določim razliko prostornin, torej prostornino praznega prostora znotraj škatle (ΔV).
- Izračunam, kolikšen del celotne škatle predstavlja prazen prostor $\frac{\Delta V}{V}$ in ga izrazim z %.

	<p>Prostornina škatle je:</p> $V = (k \cdot 2r_{1\epsilon})^2 \cdot v$ $V = k^2 \cdot 4 (r_{1\epsilon})^2 \cdot v$
<p>Slika 15: Škatla, ki ima dolžino in širino enako poljubnemu večkratniku premera kovanca</p>	



k kovancev

k kovancev

Prostornina kovancev v škatli je:

$$V_k = k^2 \cdot \pi (r_{1\epsilon})^2 \cdot v$$

Slika 16: Tloris škatle s k^2 kovanci

Izračunam razliko prostornin, ki predstavlja izgubo v vrednosti denarja

$$\Delta V = V - V_k = k^2 \cdot (r_{1\epsilon})^2 \cdot v \cdot (4 - \pi)$$

in jo izrazim še v odstotkih

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{k^2 \cdot (r_{1\epsilon})^2 \cdot v \cdot (4 - \pi)}{k^2 \cdot 4 \cdot (r_{1\epsilon})^2 \cdot v}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{4 - \pi}{4}$$

$$\frac{\Delta V}{V} \approx 0,215 \approx 21,5\%$$

Ugotovim, da bi torej v vsakem primeru prišlo do izgube v vrednosti denarja, in sicer v višini približno 21,5 % in to ne glede na to, kateri večkratnik števila 23,25 bi uporabili za dolžino in širino kvadra. To pomeni, da je število kovancev in s tem vrednost mojega darila vedno 792 €, kar je še vedno več kot bi jih dobil v 1 kilogramu ali v 1 metru kovancev.

5 ZAKJUČEK

Ne samo v znanosti, tudi v vsakdanjem življenju so enote temelj računanja in preračunavanja: napačna enota ali napačna pretvorba enote lahko v celoti spremeni rezultat. To sem poskušal obrazložiti s pomočjo denarja. V sedanjem svetu ima denar veliko vlogo in velikokrat lahko napačna pretvorba valut privede do precej večjih stroškov, kot bi sicer. To je eden od razlogov, zakaj sem se odločil za to raziskovalno naložo. Drugi razlog je, da mi bo dedek podaril toliko denarja, kolikor si izberem: 1 l, 1 m ali 1 kg kovancev za en evro. Tretji razlog je bila napačna pretvorba v testu za fiziko, ki me je stala odlične ocene.

Zgodovina kovancev na naših tleh se začne že z Etruščani, katerih kovanci so izgledali bolj kot male kepice. V času Rimskega imperija dobimo rimske denare, srednji vek pa nam prinese veliki delež denarne zgodovine, saj so se valute neprestano menjale. Novi vek se je začel z nami pod nadvlado Avstro-Ogrske, kar je pomenilo njihov denar. Po WWI se južni Slovani združimo v Jugoslavijo, ki nam prinese svoj denar. Po razpadu Jugoslavije Slovenci dobimo svojo valuto, ki pa jo z začetkom leta 2007 zamenja zdajšnji evro.

Evrski kovanec za 1 € ima premer 23,25 mm, visok je 2,33 mm in tehta 7,5 g. Sestavljen je iz bakra, cinka in železa, kar mu daje skoraj edinstvene magnetne sposobnosti in specifično maso, zaradi česar je zelo težko narediti popoln ponaredek.

Moji hipotezi pravita, da bo največjo vrednost predstavljal 1 kg kovancev, kar sem po raziskavi ovrgel, in da bo najmanjšo vrednost predstavljal 1 m kovancev, postavljenih rob ob rob, kar sem tudi potrdil.

V rezultatih je razvidno, da največ kovancev predstavlja 1 l kovancev, ki bi jih lahko postavili tudi drugače, pa bi jih bilo še vedno veliko več kot pri kateri koli enoti. 1 m kovancev, postavljenih stran ob stran, predstavlja drugo največjo vrednost, 1 kg pa je na tretjem mestu. Po predvidevanjih je najmanjše število 1 m kovancev, postavljenih rob ob rob (manj kot 50, drugače je nad sto).

Današnji svet je odvisen od denarja. Brez njega ne moremo dobiti prave hrane, spodbne hiše, ponekod celo pitne vode. Zato se nam zdi, da ga obvladamo, čeprav ga ne poznamo. Denar je nadomestilo za blagovno izmenjavo in vsaka enota ima drugačno vrednost: 1 € je trenutno enak £0,85, ki je enak \$1,25, ki je enak 1,05 €. Zato smo glede denarja zmedeni, ko pridemo v državo z drugačno enoto. Vrednost valut glede na druge valute pa se spreminja, odvisno od državnih delnic: če le-te rastejo, je valuta vredna več; če le-te padajo, valuti vrednost prav tako pada.

6 POVZETEK

Preštevanje denarja in ugotavljanje njegove vrednosti je ena od izkušenj, s katero se srečujemo vsak dan, vse od zgodnjega otroštva dalje. Tako zelo smo navajeni na običajno enoto, kot je npr. evro (€), da lahko zaradi drugače izbrane enote popolnoma izgubimo občutek za velikost merjene količine. In prav tako situacijo obravnavam v raziskovalni nalogi. V njej najprej povzamem zgodovino denarja na slovenskih tleh in opišem evrski kovanec za 1 €. Nato predstavim pomen mednarodnega sistema enot, pravilnega zapisovanja in upoštevanja merskih enot ter izvor nekaterih merskih enot (kilogram, meter, liter).

V raziskovalni nalogi sem se spraševal, kdaj bom pridobil največjo vsoto denarja: če dobim 1 kilogram, 1 meter ali 1 liter kovancev za 1 €. V postavljeni hipotezi sem trdil, da imam največ kovancev za 1 € takrat, ko jih imam 1 kg. Hipotezo sem preveril z metodo računanja. Pri tem sem ugotavljal tudi, ali postavitev kovancev vpliva na število pridobljenih evrov. Hipotezo o številu kovancev sem ovrgel. Izkazalo se je namreč, da bi pridobil največ denarja takrat, če bi izbral 1 liter kovancev za 1 €.

7 ZAHVALA

Zahvaljujem se vsem, ki so mi pomagali in me spodbujali pri raziskovanju in izdelavi raziskovalne naloge.

Najprej se moram zahvaliti mojemu dedku Silvu, ki mi poleg daril za rojstni dan daje uganke in probleme vseh vrst.

Zahvaljujem se tudi svojim staršem in mentorici Dušanki Colnar, saj so me ves čas spodbujali, me usmerjali in verjeli, da bom dokončal to raziskovalno naložbo.

To raziskovalno naložbo poklanjam svoji babici Katji, ki sedaj leži v bolnici in vsak dan misli name.

8 VIRI IN LITERATURA

1. Kratka denarna zgodovina Slovenije. Dostopno na:
http://www.nms.si/index.php?option=com_content&view=article&id=433:od-brona-do-evra-kratka-denarna-zgodovina-slovenije&catid=34:obasne-razstave&Itemid=52&lang=en, 11. nov. 2016
2. PAVLOVEC, M., ŠEMROV, A., Denarne oblike na Slovenskem. Plakat. Ljubljana, Revija Gea.
3. Skupna stran evrskih kovancev. Dostopno na: <http://www.evro.si/o-evru/skupna-stran-evrskih-kovancev/>, 12. nov. 2016
4. Nacionalna stran evrskega kovanca. Dostopno na: <http://www.evro.si/o-evru/slovenski-kovanci/index.html>, 12. nov. 2016
5. Podatki o kovancu za 1 evro. Dostopno na:
http://www2.sts.si/arhiv/tehno/Projekt6/Kristalna%20zgradba/zgradba_zlitin.htm, 12. nov. 2016
6. Zgodovina merjenja. Dostopno na: https://sl.wikipedia.org/wiki/Zgodovina_merjenja, 1. dec. 2016
7. Mednarodni sistem enot. Dostopno na: http://kemija.net/e-gradiva/kemija/1_4_osnovne_laboratorijske_tehnike/si_enote.html, 5. dec. 2016
8. Zapis merjene količine. Dostopno na:
<https://eucbeniki.sio.si/fizika8/139/index1.html>, 15. dec. 2016
9. Meter. Dostopno na: http://www2.arnes.si/~sspsfran/enote/nivo1_Udoma.html, 15. dec. 2016
10. Kilogram. Dostopno na: http://www2.arnes.si/~sspsfran/enote/nivo1_Udoma.html, 15. dec. 2016
11. ZGONIK, A., Nova definicija kilograma. Delo (25. 1. 2011). Dostopno na:
<http://www.delo.si/druzba/panorama/nova-definicija-kilograma.html>, 18. dec. 2016
12. Prakilogram in prameter. Dostopno na: <http://www.bipm.org/utils/en/img/metre-kilo.jpg>, 18. dec. 2016
13. Liter. Dostopno na: <https://en.wikipedia.org/wiki/Litre>, 18. dec. 2016
14. Prostornina valja
STRNAD, M. et al. 2005. Presečišče 9 - Matematika za 9. r. Ljubljana, DZS
15. POKORNY, B., PETKOVŠEK, S. A. S., VRBIČ KUGONIČ, N., ŠALEJ, M., RIBARIČ LASNIK, C., ŠTRBENK, E., PAVŠEK, Z., STEBLOVNIK, K., POVŠE, A. 2012. Osnove znanstveno raziskovalnega dela, 8. dopolnjena izdaja. Velenje, Inštitut za ekološke raziskave ERICo