

OSNOVNA ŠOLA MIHE PINTARJA TOLEDA VELENJE

Kidričeva 21, 3320 Velenje

MLADI RAZISKOVALCI ZA RAZVOJ ŠALEŠKE DOLINE

RAZISKOVALNA NALOGA

## **STREL NA KOŠ**

Tematsko področje: FIZIKA

Avtor:

Primož Jevšenak, 8. razred

Mentorja:

Dejan Zupanc, prof.

Peter Jevšenak, univ. dipl. inž. Fizike

Velenje, 2020

Raziskovalna naloga je bila opravljena na Osnovni šoli Mihe Pintarja Toledo.

Mentorja: Dejan Zupanc, prof, Peter Jevšenak, univ. dipl. inž. fizike

Datum predstavitve: Marec 2020

## **KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA**

- ŠD OŠ Mihe Pintarja Toleda, šolsko leto 2019/2020
- KG Vernierjev metalec kroglic / vodoravni met / poševni met / met na koš / domet
- AV JEVŠENAK, Primož
- SA ZUPANC, Dejan /JEVŠENAK, Peter
- KZ 3320 Velenje, SLO, Kidričeva 21
- ZA OŠ Mihe Pintarja Toleda Velenje
- LI 2020
- IN **STREL NA KOŠ**
- TD Raziskovalna naloga
- OP VII, 29 str., 7 pregl., 22 sl., 3 vir.
- IJ SL
- JI sl / en
- AI Vernierjev metalec kovinskih kroglic je učilo za preučevanje vodoravnega in poševnega meta. Z njim lahko izstreljujemo kroglice pod različnimi koti vse do hitrosti 7 m/s. Zaradi dobre ponovljivosti strelov se je porodila ideja, da bi z njim lahko natančno zadevali ustrezno prilagojen koš. Za izdelavo primerenega koša so bili potrebni točni podatki o natančnosti strelov, ki so bili pridobljeni z merjenjem dometa pri vodoravnem in poševnem metu. Po analizi rezultatov je bila izdelana 0,5 m visoka lesena konstrukcija, na vrhu katere je ploščica z odprtino premera 4 cm. Za pomoč pri določanju ustrezne hitrosti in kota za zadetek koša je bil napisan računalniški program. Iz rezultatov streljanja na koš se da ugotoviti naslednje. Večja kot sta hitrost in kot, bolj je treba povečati hitrost nad teoretično določeno vrednost, da se doseže zadetek. To pomeni, da je zračni upor pomemben dejavnik, ki vpliva na domet kroglice. Streli pod večjim kotom pomenijo večjo možnost zadetka, saj je hitrostni interval za zadetek večji. Metalec zelo dobro drži smer, zato je strel neuspešen takrat, ko hitrost zaniha izven intervala za zadetek. So pa ta nihanja manjša pri velikih hitrostih nad 6 m/s, zato se z večanjem razdalje število zadetkov ne zmanjšuje. Se je pa odprtina s premerom 4 cm izkazala za nekoliko premajhno, če se hoče samo iz teoretično določenih vrednosti zadeti koš. V tem smislu se je dobro obnesel koš z odprtino premera 5,3 cm, kar je 3-kratni premer kroglice. Ta raziskava je osnova za eksperimentalno delo dijakov pri obravnavi krivega gibanja.

## KEY WORDS DOCUMENTATION

ND OŠ Mihe Pintarja Toledo, 2019/2020

CX Vernier projectile launcher / projectile motion / range / shot to the hoop

AU JEVŠENAK, Primož

AA ZUPANC, Dejan / JEVŠENAK, Peter

PP 3320 Velenje, SLO, Kidričeva 21

PB OŠ Mihe Pintarja Toledo

PY 2020

TI **SHOOTING A BALL INTO A HOOP**

DT RESEARCH WORK

NO VII, 29 p., 7 tab., 22 fig., 3 ref.

LA SL

AL sl / en

AB Vernier projectile launcher allows a precise study of curved projectile kinematics. It launches steel balls at different angles with the velocity of up to 7 m/s. In my research paper I focus on its launch repeatability and compare the theoretical and empirical data for curved projectile motion. For this purpose I manufactured a target, similar to a basketball hoop (0,5 m in height and with a 4 cm hoop diameter), taking into account the previously obtained data on the precision of projectiles launched at different angles. A computer programme was created to determine the optimal velocity and angle of the shoots into the hoop from a certain distance. The tests showed that with higher velocities and angles, the velocity of the experimental launch needed to be increased beyond the predicted theoretical values to send the ball into the hoop. This suggests that the air drag is an important factor in determining the range of the projectiles. Higher launch angles resulted in higher probability for scoring. The launcher maintains the direction very well, so shoots were unsuccessful only when the velocity was changed by the launcher. There were fewer velocity changes at values exceeding 6 m/s. Increasing the distance had no effect on the success rate of the shoots. The 4 cm diameter of the hoop proved to be too small to consistently score, based only on theoretical predictions. The hoop diameter 3 times bigger than the steel ball (5,3 cm), was close to optimal. This research paper serves as a basis for the student' experimental work when investigating projectile motion in lessons on Physics.

## Kazalo vsebine

1	UVOD .....	1
2	PREGLED OBJAV .....	1
2.1	Vodoravni met.....	1
2.2	Poševni met – ista višina izstrelitve in pristanka.....	2
2.3	Poševni met – izstrelitev in pristanek na različnih višinah (met na koš).....	3
3	METODE DELA.....	4
3.1	Karakteristike metalca.....	4
3.2	Merjenje dometa.....	6
3.3	Računalniško programiranje.....	8
4	REZULTATI.....	8
4.1	Vodoravni met.....	8
4.2	Poševni met .....	10
4.3	Določanje mer in izdelava koša.....	12
4.4	Streljanje na koš .....	14
4.5	Končni preizkus.....	17
5	RAZPRAVA .....	19
6	ZAKLJUČEK.....	21
7	POVZETEK .....	22
8	ZAHVALA.....	23
9	VIRI IN LITERATURA.....	23

## Kazalo slik

Slika 1:	Vodoravni met.....	2
Slika 2:	Poševni met.....	3
Slika 3:	Domet pri različnih kotih .....	3
Slika 4:	Poševni met na koš.....	4
Slika 5:	Metalec s pripadajočo opremo .....	5
Slika 6:	Vernierjev vmesnik LabQuest2.....	5
Slika 7:	Gumba za izstrelitev in vrtljivi gumb za reguliranje hitrosti.....	6
Slika 8:	Primer vodoravnega meta – meritev 3 .....	9
Slika 9:	Primer vodoravnega meta – meritev 1 .....	9
Slika 10:	Primer vodoravnega meta – meritev 2 .....	10
Slika 11:	Poševni met, kot $45^\circ$ – meritev 1.....	11
Slika 12:	Poševni met, kot $45^\circ$ – meritev 2.....	11
Slika 13:	Poševni met, kot $45^\circ$ – meritev 3.....	11
Slika 14:	Hitrost 5 m/s.....	12

Slika 15: Hitrost 6 m/s.....	12
Slika 16: Koš z luknjico premera 4 cm .....	13
Slika 17: Primerjava velikosti luknjice in kroglice .....	13
Slika 18: Minimalni kot za zadetek .....	14
Slika 19: Računalniški izpis rezultatov .....	15
Slika 20: Tir kroglice pri zadetku koša na razdalji 2,1 m.....	18
Slika 21: Tir kroglice pri zadetku koša na razdalji 3,6 m.....	20

## Kazalo tabel

Tabela 1: Vodoravni met - rezultati meritev .....	8
Tabela 2: Meritev 3 – posamezne hitrosti .....	8
Tabela 3: Poševni met, kot $45^\circ$ - rezultati meritev .....	10
Tabela 4: Program streljanja na koš .....	14
Tabela 5: Streljanje na koš, odvisnost hitrostnega intervala za zadetek od kota strela .....	16
Tabela 6: Ujemanje teoretičnih vrednosti hitrosti z izmerjenimi .....	17
Tabela 7: Uspešnost serije desetih strelov, koš z odprtino premera 4 cm .....	18

## 1 UVOD

Vernierjev metalec kovinskih kroglic (angl. Vernier projectile launcher) je naprava oziroma učilo, ki omogoča preučevanje vodoravnega in poševnega meta. Pnevmatični lansirni sistem naprave omogoča dokaj natančno sprememjanje hitrosti kroglic, prav tako lahko sprememjamо kot izstrelitve. Ko se je po prvih preizkusih pokazala dobra ponovljivost strelov, sem pomislil, da bi metalec lahko uporabil za streljanje na koš. Sam nisem natančen izvajalec metov pri košarki, ampak s to napravo bi lahko zadeval ustrezno prilagojen koš z veliko, morda celo stodstotno zanesljivostjo. Porodila se je ideja o izdelavi raziskovalne naloge, kjer bi preučeval ponovljivost strelov ter ujemanje teoretičnih dometov pri vodoravnem in poševnem metu z izmerjenimi vrednostmi. Prišel bi tudi do ocene, kakšen koš bi bilo smiselno napraviti (višina koša, premer odprtine). Za opis poševnega meta, kjer višina pristanka telesa ni enaka višini izstrelitve, je potrebno znanje fizike in matematike, ki presega nivo osnovne šole. Odločil sem se, da napišem nekaj računalniških programov, ki bodo omogočali iz različnih vhodnih podatkov (npr. začetne hitrosti, višinske razlike, kota izstrelitve) izračunati neznano količino (npr. razdaljo do koša). Ideja je, da bi postavil koš na neko poljubno razdaljo od metalca in to razdaljo izmeril. Nato bi s pomočjo računalniškega programa določil tako hitrost in kot izstrelitve, da bi bila velika možnost zadetka. Ko bi z metalcem dosegel pravo hitrost, bi ustrelil na koš. Cilj je, da bi že s prvim streлом zadel koš. Velikost obroča bi se smiselno določila iz odstopanj pri dometu kroglic. Postavil sem tudi tri hipoteze, ki jih je treba preveriti na poti do cilja.

- 1) Zračni upor ni pomemben dejavnik pri dometu kroglic.
- 2) Pri večjem od obeh mogočih kotov bo več zadetkov koša.
- 3) S povečevanjem razdalje se bo število zadetkov koša zmanjševalo.

## 2 PREGLED OBJAV

### 2.1 Vodoravni met

Za premo gibanje veljajo enačbe:

$$s = v_0 \cdot t \pm \frac{a \cdot t^2}{2} \quad (1)$$

$$v = v_0 \pm a \cdot t \quad (2)$$

$$v^2 = v_0^2 \pm 2 \cdot a \cdot s, \quad (3)$$

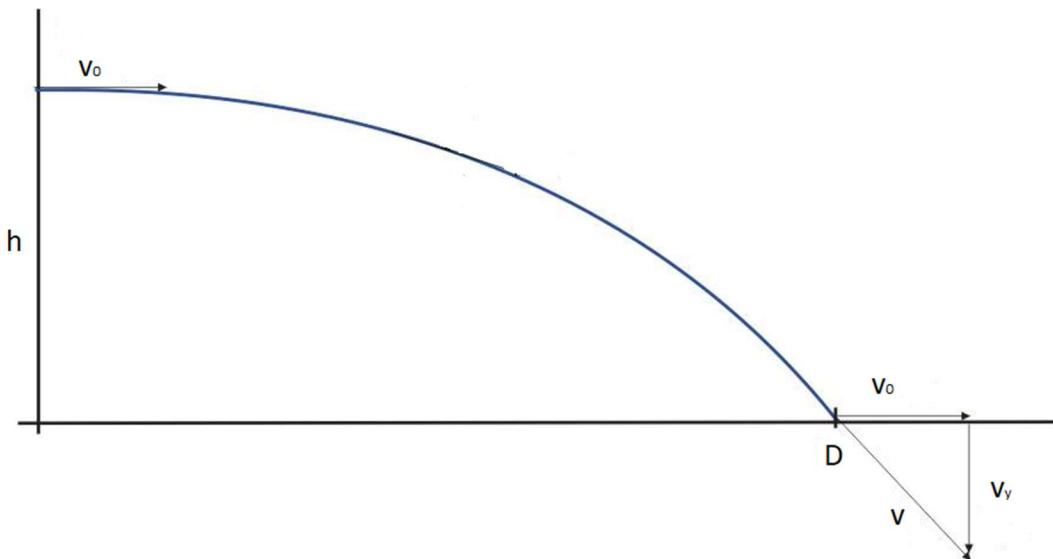
kjer so  $v_0$  – začetna hitrost,  $a$  – pospešek,  $s$  – pot,  $t$  – čas.

Vodoravni met je krivo gibanje, ki ga razstavimo na premo enakomerno gibanje v vodoravnih smerih in prosti pad (enakomerno pospešeno gibanje s pospeškom  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ) v navpični smeri, če lahko zanemarimo zračni upor (Slika 4) [2].

Vodoravno:  $D = v_0 \cdot t$  (4),

$$\text{navpično: } h = \frac{g \cdot t^2}{2} \quad (5), \quad v_y = g \cdot t \quad (6),$$

končna hitrost pa se izračuna po enačbi  $v^2 = v_0^2 + v_y^2$  (7).



Slika 1: Vodoravni met, kjer oznake pomenijo:  $h$  - začetna višina,  $v_0$  - začetna hitrost,  $D$  - domet,  $v$  - končna hitrost,  $t$  - čas leta telesa

## 2.2 Poševni met – ista višina izstrelitve in pristanka

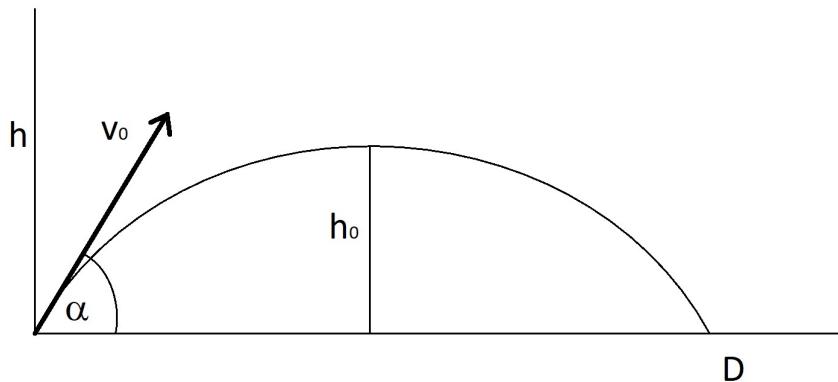
Poševni met je krivo gibanje, ki ga lahko razstavimo na premo enakomerno gibanje v vodoravnih smerih in navpični met v navpični smeri. Telo se nekaj časa dviguje, doseže največjo višino  $h_0$ , nato se spušča in pristane na razdalji  $D$  s hitrostjo, ki je po velikosti enaka začetni hitrosti  $v_0$  (Slika 5). Za domet velja enačba [2]:

$$D = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2\alpha) \quad (8).$$

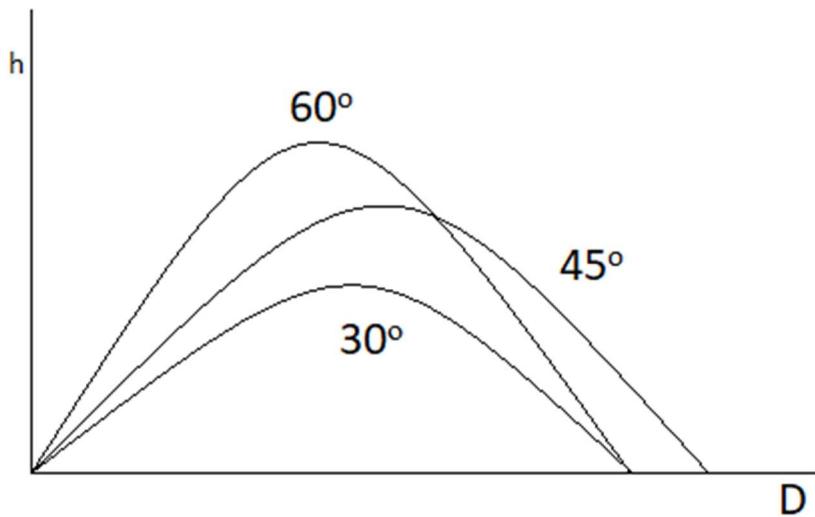
Funkcija sinus doseže maksimalno vrednost 1 pri kotu  $90^\circ$  [1]. To pomeni, da je največji domet pri kotu  $\alpha = 45^\circ$ . Domet narašča od kota  $0^\circ$  do  $45^\circ$ , od  $45^\circ$  do  $90^\circ$  pa domet pada. Domet je pri

dveh kotih, ki sta simetrična glede na  $45^\circ$  (npr.  $30^\circ$  in  $60^\circ$ ) enak, le da je pri manjšem kotu pot telesa krajša in poteka nižje (Slika 6). Največjo višino izračunamo po enačbi:

$$h_0 = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2(\alpha)}{2 \cdot g} \quad (9).$$



Slika 2: Poševni met, kjer ozname pomenijo:  $v_0$  - začetna hitrost,  $D$  - domet,  $\alpha$  – kot izstrelitve glede na vodoravnico,  $h_0$  – največja višina



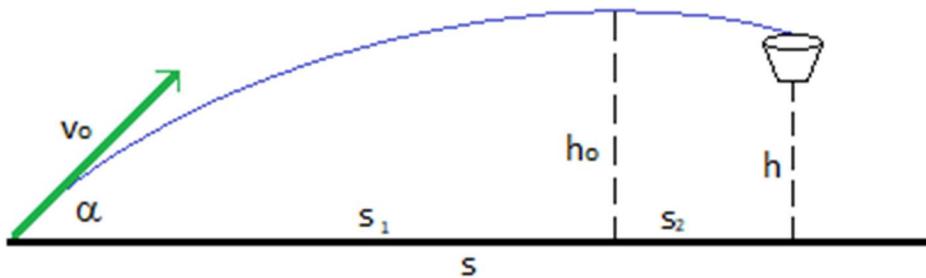
Slika 3: Domet pri različnih kotih

### 2.3 Poševni met – izstrelitev in pristanek na različnih višinah (met na koš)

Vodoravno razdaljo med kroglico in košem označimo z  $S$ . V tem primeru je  $S$  vsota odsekov  $S_1$  in  $S_2$  (Slika 7) in jo iz znanih podatkov  $v_0$ ,  $\alpha$  in  $h$ , ki predstavlja višinsko razliko med košem in kroglico, izračunamo po enačbi:

$$S = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \left( \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} + \sqrt{\frac{2}{g} \cdot \left( \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} - h \right)} \right) \quad (10).$$

Tudi v tem primeru je koš možno zadeti pri isti (dovolj veliki) hitrosti po dveh različnih tirovih, ki se razlikujeta po višini leta.



Slika 4: Poševni met na koš, kjer je  $S$  vodoravna razdalja od kroglice do koša in  $h$  višinska razlika med košem in kroglico.

### 3 METODE DELA

#### 3.1 Karakteristike metalca

Proizvajalčevi tehnični podatki [3]:

Kot izstrelitve:  $0 - 70^\circ$

Hitrost:  $0 - 6 \text{ m/s}$

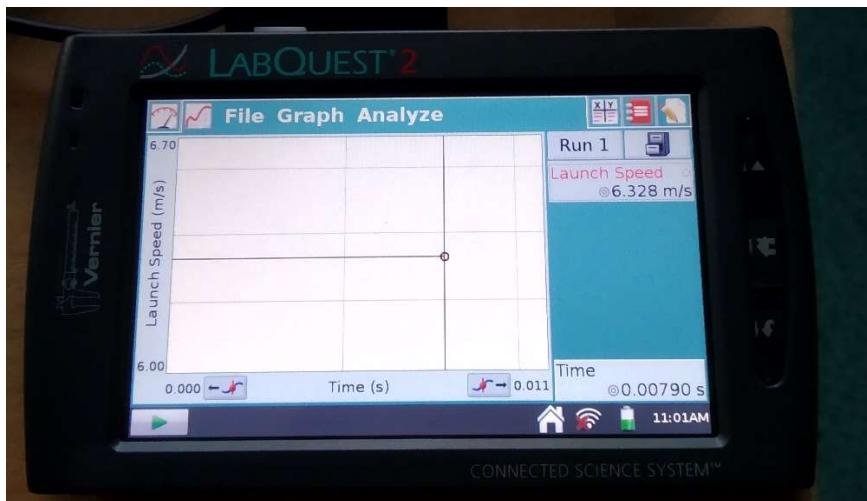
Višina središča kroglice v napravi: 146 mm

Domet: 2,5 m

Železna kroglica:  $m = 21,8 \text{ g}$      $d = 17,46 \text{ mm}$



Slika 5: Metalec s pripadajočo opremo, vir slike [3]



Slika 6: Vernierjev vmesnik LabQuest2, z zapisom hitrosti izstrelitve

Metalec ima vgrajena svetlobna vrata za natančno merjenje časa, ki so 50 mm stran od ležišča kroglice. Pri strelu se iz časa potovanja kroglice na tej razdalji izračuna hitrost, ki se izpiše na Vernierjevem vmesniku LabQuest2 (Slika 6).

Pred strelom kroglico vstavimo v ležišče in na ustrezni priključek privijemo ročno zračno tlačilko (skupaj v kompletu z napravo, Slika 5). Začnemo s tlačenjem zraka in poslušamo ventil na metalcu. Ko začne ventil puščati zrak, je dosežen ustrezni tlak. Na vmesniku LabQuest2 stisnemo tipko START, na metalcu pa držimo tipko ARM in nato stisnemo še tipko LAUNCH

(Slika 7). Kroglica se izstrelji, na vmesniku LabQuest2 pa se izpiše hitrost. Če želimo ustreliti kroglico z večjo hitrostjo, zavrtimo vrtljivi srednji gumb RANGE na napravi v smeri urinih kazalcev (Slika 7). Omogočeno je tudi enostavno spreminjanje kota izstrelitve z natančnostjo približno pol stopinje. Dejanske meritve so pokazale, da gre hitrost kroglic do 7 m/s, skrajni domet pa je pri tej hitrosti skoraj 5 m.

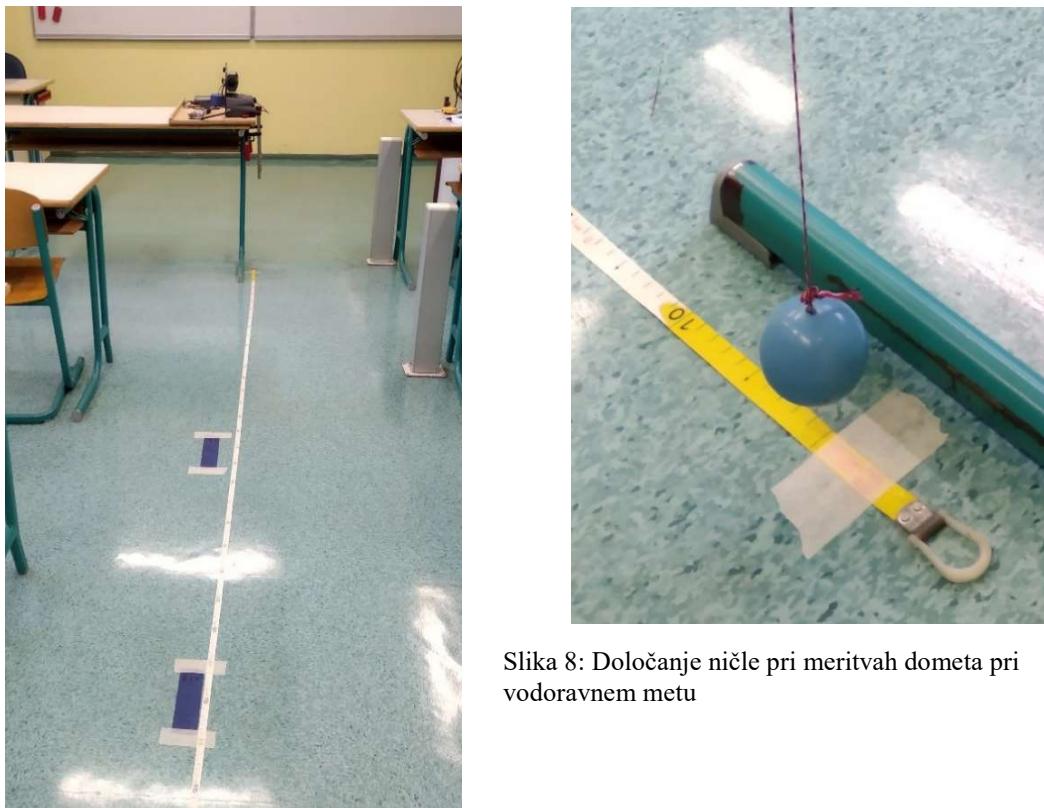


Slika 7: Gumba za izstrelitev (Arm in Launch) in vrtljivi gumb (Range) za reguliranje hitrosti, vir slike [3]

### 3.2 Merjenje dometa

Metalec kroglic sem pritrdil na šolsko mizo v učilnici. Pri streljanju vodoravno je tako kroglica 92,0 cm nad tlemi. Domet sem meril pri hitrostih med 4 m/s in 6,3 m/s. Pri določanju vodoravnice - kota  $0^\circ$  sem si pomagal z vodno tehnicico na napravi, kote pa sem preverjal tudi s kotomerom na mobilnem telefonu (aplikacija Bubble Level). Pri vsaki hitrosti sem opravil serijo vsaj petih strelov, na mesto trkov kroglic ob tla pa sem prilepil povoščen papir. Tako so kroglice pustile jasen odtis kam so priletele. Na tla od metalca mimo povoščenega papirja sem potegnil merski trak, pri določanju ničle pa sem si pomagal s težnim nihalom (Slike 8 in 9). Po končanem streljanju sem napravil fotografijo odtisov krogel s pripadajočim odsekom metra. Pri vsakem strelu sem tudi zabeležil hitrost, ki jo je prikazal vmesnik LabQuest2.

Pri poševnem metu mora kroglica pristati na isti višini kot jo izstrelimo. To sem dosegel z dolgo ravno desko na dvižnih mizicah (Slika 10). Tudi v tem primeru sem si pri določanju dometa pomagal s fotografijami odtisov kroglic na povoščenem papirju in merskim trakom. Domet sem meril pri hitrostih med 4 m/s in 6 m/s ter pri različnih kotih med  $30^\circ$  in  $60^\circ$ . Streljal sem v serijah po tri strele.



Slika 8: Določanje ničle pri meritvah dometa pri vodoravnem metu

Slika 9: Postavitev pri meritvah dometa pri vodoravnem metu



Slika 10: Postavitev pri poševnem metu. Deska na dvižnih mizicah je na enaki višini kot kroglica v metalcu.

### 3.3 Računalniško programiranje

Zaradi hitrejšega računanja in večje zanesljivosti rezultatov sem napisal tri računalniške programe. Programiral sem v jeziku C++, v okolju Visual Studio 2015. Napisal sem program za računanje dometa pri vodoravnem metu (vhodni podatki:  $v_0$  in  $h$ , izračun po enačbah (4) in (5)), računanje dometa pri poševnem metu (vhodni podatki:  $v_0$  in  $\alpha$ , izračun po enačbi (8)) in računanje razdalje do koša (vhodni podatki:  $v_0$ ,  $h$  in  $\alpha$ , izračun po enačbi (10)). Prednost mojih programov pred drugimi programi za izračunavanje (npr. Excel) je ta, da lahko en parameter spremjam po poljubnih korakih v zanki in tako naenkrat dobim množico rešitev. Na ta način hitro ugotovim, kje so mejne vrednosti, ko zadetek koša ni mogoč in tako lažje določim primerno hitrost in kot pri strelu.

## 4 REZULTATI

### 4.1 Vodoravni met

Tabela 1: Vodoravni met - rezultati meritev

MERITEV	POVPREČNA HITROST (m/s)	IZMERJENI DOMET (cm)	IZRAČUNANI DOMET (cm)
1	4,024	173,2	174,3
2	5,075	219,8	219,8
3	5,957	258,9	258,0
4	6,320	274,0	273,7

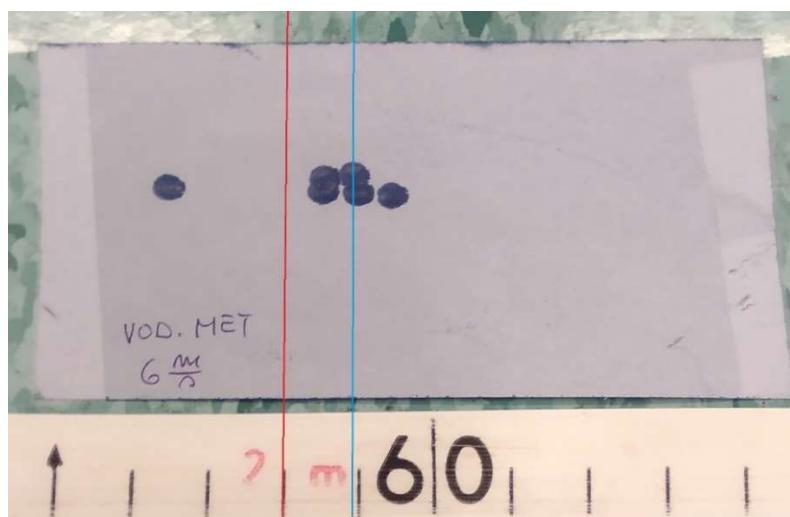
Pri vsaki hitrosti je bilo vsaj 5 strelov,  $h = 92,0$  cm.

Zadnji stolpec v Tabeli 1 je izračunani domet po enačbah (4) in (5), če bi kroglica imela začetno hitrost enako povprečni hitrosti iz drugega stolpca. Kot primer bom predstavil meritev 3 iz Tabele 1. Izvedel sem šest strelov z naslednjimi hitrostmi. Vse hitrosti so v metrih na sekundo.

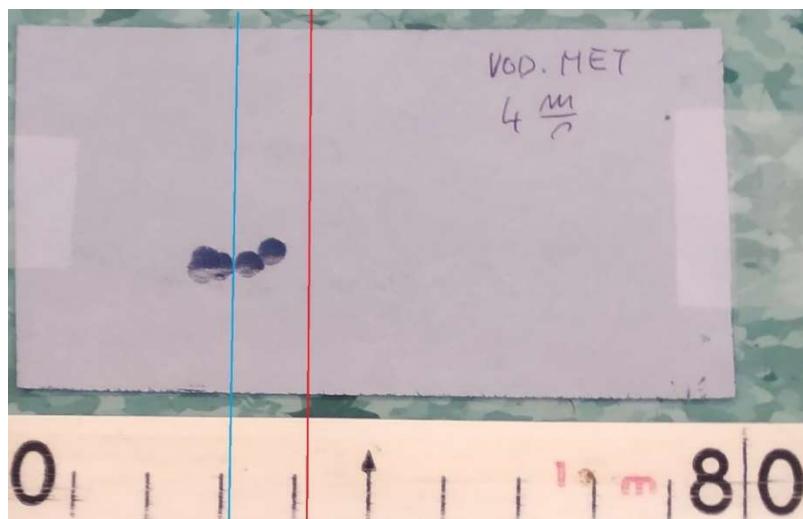
Tabela 2: Meritev 3 – posamezne hitrosti

V1	V2	V3	V4	V5	V6	Povprečje (m/s)
5,974	5,965	5,955	5,955	5,904	5,945	5,957

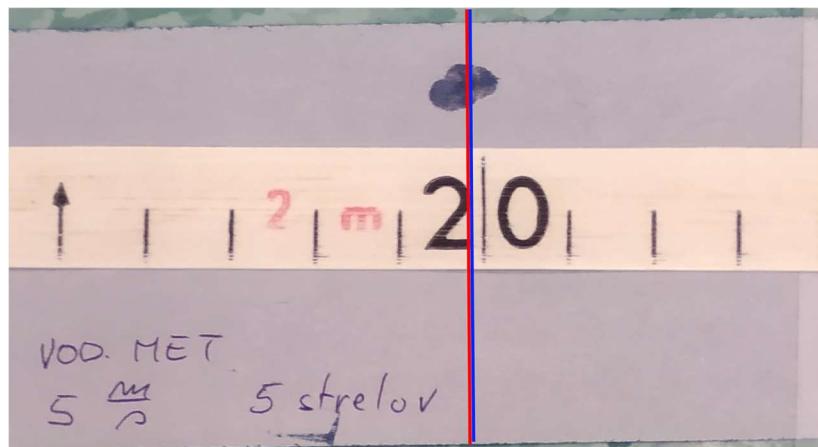
Na Sliki 11 je povoščen papir z odtisi kroglic iz meritve 3. Vidimo, da je pet odtisov blizu skupaj, en odtis pa zaostaja za približno 3 cm. Ta odtis ustreza hitrosti  $v_5$ , ki je v Tabeli 2 obarvana rdeče. Ta hitrost se od povprečja razlikuje le za približno 0,05 m/s, a je to vseeno precej več od odstopanj ostalih petih hitrosti, zato v statistiki ta strel ni upoštevan. Praksa kaže, da se občasno zgodi kakšen strel, ko hitrost nekoliko bolj odstopa. A to je običajno posledica kakšne mehanske napake kot je slab stik med tlačilko in metalcem. Ko to popravimo, se tudi hitrosti stabilizirajo. Pri več zaporednih strelih se tlačilka nekoliko segreje, kar najbrž vpliva na delovanje tlačnega ventila. Iz Tabele 2 je zaznati rahlo upadanje hitrosti, kar bi lahko bila posledica segrevanja. Sicer pa dobro velja povezava manjša hitrost – krajši domet, tudi če se hitrost zniža samo za nekaj tisočink metra na sekundo. Na Slikah 11, 12 in 13 modra črta predstavlja povprečni izmerjeni domet, rdeča črta pa izračunani domet pri povprečni hitrosti.



Slika 8: Primer vodoravnega meta – meritev 3, razlika med črtama je 0,9 cm



Slika 9: Primer vodoravnega meta – meritev 1, razlika med črtama je 1,1 cm



Slika 10: Primer vodoravnega meta – meritev 2, črti se ujemata

Vidimo, da odtisi kroglic predstavljajo zgoščene skupine premera manj kot 2 cm. Ujemanje med izmerjenim in izračunanim dometom je (presenetljivo) najmanjše pri hitrosti 4 m/s (meritev 1). Razlika 1,1 cm pri dometu 174,3 cm pomeni relativno odstopanje 0,63 %, pri vseh ostalih meritvah pa je relativno odstopanje še vsaj dvakrat manjše.

#### 4.2 Poševni met

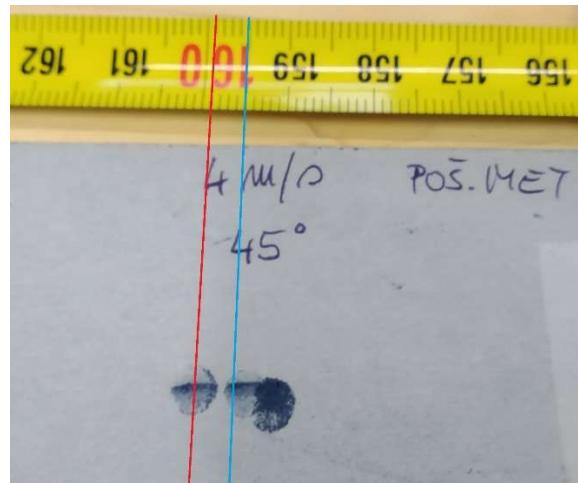
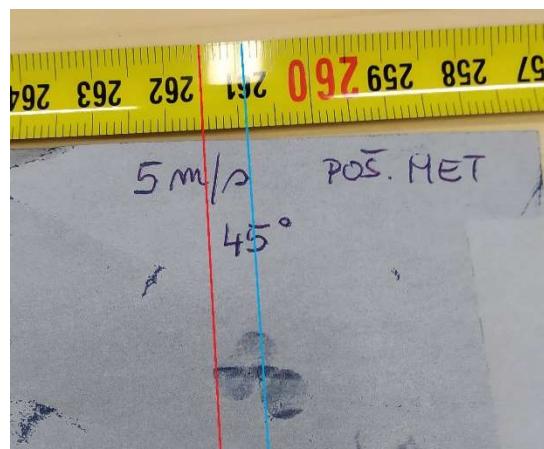
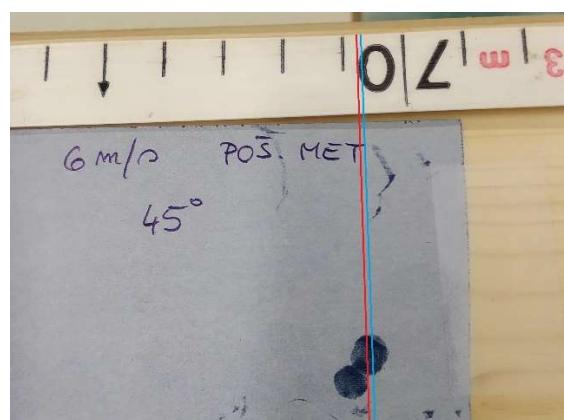
Primerjavo med izmerjenim dometom in dometom, izračunanim s povprečno hitrostjo strelov pri kotu  $45^\circ$  po enačbi (8), podaja Tabela 3.

Tabela 3: Poševni met, kot  $45^\circ$  - rezultati meritvev

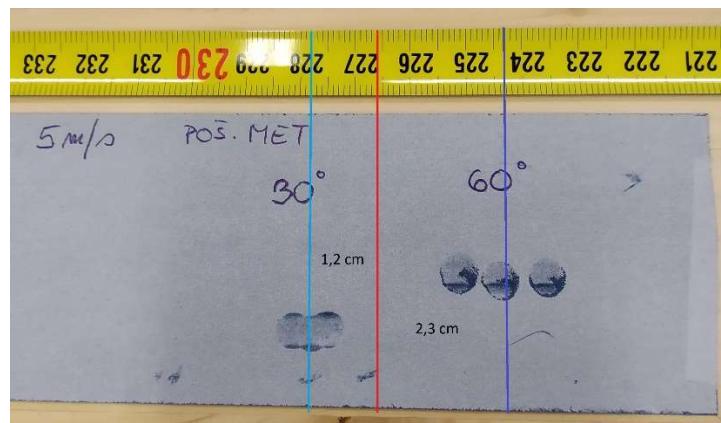
meritev	Povprečna hitrost (m/s)	Izmerjeni domet (cm)	Izračunani domet (cm)
1	3,961	159,5	159,9
2	5,065	260,9	261,5
3	6,031	370,7	370,8

Pri vsaki hitrosti so bili trije streli.

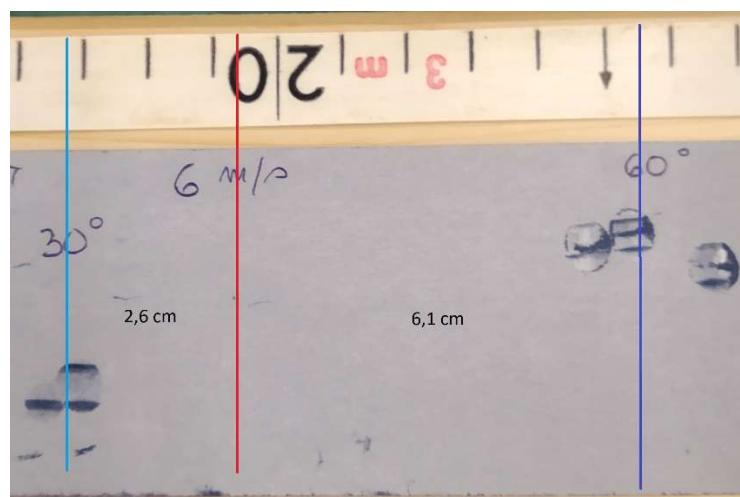
Iz Tabele 3 in Slik 14, 15 in 16, ki predstavljajo domete strelov iz posameznih meritvev, razberemo zelo dobro ujemanje izmerjenih vrednosti z izračunanimi. Celo pri dometu 3,7 metra je ujemanje skoraj popolno, raztros pa majhen (Slika 16). Tudi na Slikah 14 do 16 modra črta predstavlja povprečni izmerjeni domet, rdeča črta pa izračunani domet.

Slika 11: Poševni met, kot  $45^\circ$  – meritev 1, razlika med črtama je 0,4 cmSlika 12: Poševni met, kot  $45^\circ$  – meritev 2, razlika med črtama je 0,6 cmSlika 13: Poševni met, kot  $45^\circ$  – meritev 3, razlika med črtama je 0,1 cm

Sledilo je streljanje, s katerim sem preverjal, ali je pri izbrani hitrosti enak domet pri kotu  $30^\circ$  in  $60^\circ$ . Pri hitrosti 4 m/s je ujemanje dobro, znotraj pričakovanega kroga premera 2 cm, vendar pa se opazi, da je domet pri kotu  $60^\circ$  malenkost krajsi. Meritev sem ponovil še pri hitrosti 5 m/s in 6 m/s, rezultati so na Slikah 17 in 18.



Slika 14: Hitrost 5 m/s, primerjava dometov, serije po tri strele



Slika 15: Hitrost 6 m/s, primerjava dometov, serije po tri strele

Svetlo-modra črta na Slikah 17 in 18 predstavlja povprečni domet pri kotu 30°, temno-modra povprečni domet pri kotu 60° in rdeča izračunani domet pri povprečni hitrosti vseh strelov. Pri hitrosti 5 m/s je razlika 3,5 cm, pri hitrosti 6 m/s pa že skoraj 9 cm v korist dometa pri manjšem kotu. Takšna razlika onemogoča natančno streljanje na koš, zato sem šel preverjat ujemanje dometov pri parih kotov 35° in 55° ter 40° in 50°. Pri hitrosti 5 m/s sta se dometa približala v krog premera 2 cm že pri paru 35° in 55°, pri hitrosti 6 m/s pa šele pri paru 40° in 50°. To pomeni, da se bo potrebno pri strelu na koš odločati za kote, ki pri večjih hitrostih ne bodo presegali 55°, pri največjih hitrostih pa 50°.

#### 4.3 Določanje mer in izdelava koša

Najprej se je bilo treba odločiti, kolikšna bo višina koša in premer obroča oz. odprtine. Višina ni tako pomembna, saj lahko s samo postavitvijo metalca in koša na različnih nivojih reguliramo višino. Odločil sem se za 50 cm visoko leseno konstrukcijo, na vrhu katere je ploščica z izrezano

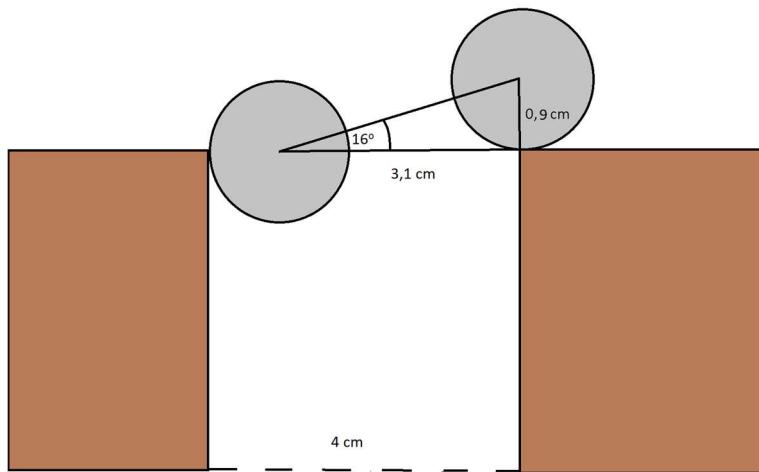
okroglo odprtino na sredi. Koš ni podoben košarkarskemu, je pa izdelava enostavnejša, koš stabilnejši in lažje se opazi, če je prišlo do zadetka (Slika 19). Na oceno premera odprtine pa vpliva več dejavnikov. Dosedanje meritve so pokazale, da kroglice pri izbrani nastavitvi gumba Range, ki določa tlak in s tem hitrost, padajo v krog premera približno 2 cm. Ker mora kroglica pasti skozi odprtino, je potrebno prišteti še premer kroglice 1,8 cm. Kroglice pa ne padajo navpično ampak pod kotom (Slika 21). Da kroglica polmera 0,9 cm sploh lahko pade v luknjo premera 4 cm, mora prileteti vsaj pod kotom  $16^\circ$ . Da lahko praktično upamo na zadetek, pa mora biti ta kot precej večji, ali pa je treba povečati premer odprtine. Ker je teoretično težko priti do realne ocene, je padla odločitev, da izdelamo najprej vrhnjo ploščico z odprtino premera 4 cm in z njo začнем meritve (Slika 20). Če bo v praksi skoraj nemogoče zadeti koš, lahko nato povečamo premer luknjice. Koš je tudi tako konstruiran, da se ploščice lahko menjujejo.



Slika 16: Koš z luknjico premera 4 cm



Slika 17: Primerjava velikosti luknjice in kroglice



Slika 18: Minimalni kot za zadetek

#### 4.4 Streljanje na koš

S pomočjo svojega računalniškega programa sem si pripravil program streljanja, ki ga prikazuje Tabela 4. Višinsko razliko med košem in kroglico sem postavil na 0,3 m. Rezultati računalniškega programa so pokazali, da se z večanjem višinske razlike zelo hitro zmanjšujejo možnosti za zadetek pri manjših kotih.

Tabela 4: Program streljanja na koš

Meritev	Razdalja (m)	Hitrost (m/s)	Kot 1	Kot 2
1	1,0	4,0	39°	68°
2	1,5	4,5	38,5°	63°
3	2,0	5,0	38°	60,5°
4	2,0	4,8	46°	53°
5	2,5	5,3	44°	53°
6	3,0	5,8	41°	54,5°
7	3,35	6,0	48°	/

Meritev 7 predstavlja največjo možno oddaljenost koša pri dani hitrosti, zato je rešitev za kot samo ena.

Kot primer bom predstavil meritev 5 v Tabeli 4. Pri razdalji 2,5 m mora hitrost presegati vrednost 5 m/s. Pri teh hitrostih ni dobro preseči kota 55°. Zelo praktičen se je izkazal program,

ki po enačbi (10) računa oddaljenost do koša, s tem, da v zanki povečujem kot od  $35^\circ$  do  $60^\circ$ .

Slika 22 predstavlja računalniški izpis rezultatov pri vhodnih podatkih hitrost je 5,3 m/s in višinska razlika 0,3 m. Vidimo, da je pri kotih  $44^\circ$  in  $53^\circ$  razdalja skoraj natančno 2,50 m.

```
C:\programiC++\strel na koš\Debug\strel na koš.exe
vpisi hitrost 5.3
vpisi visino 0.3
35      2.1549
36      2.21474
37      2.26872
38      2.31725
39      2.36062
40      2.39906
41      2.43274
42      2.46183
43      2.48643
44      2.50666
45      2.5226
46      2.53434
47      2.54195
48      2.54549
49      2.54504
50      2.54065
51      2.53238
52      2.5203
53      2.50446
54      2.48492
55      2.46175
56      2.43501
57      2.40477
58      2.37109
59      2.33404
60      2.2937
```

Slika 19: Računalniški izpis rezultatov

Samo streljanje pa je dalo naslednje rezultate. Pri vseh kotih manjših od  $44^\circ$  do zadetka koša ni prišlo, čeprav sem strele ponavljal toliko časa, dokler kroglica ni priletela vsaj na videz optimalno na luknjico. Kroglica je na koš priletela pod premajhnim kotom, da bi lahko padla skozi luknjico. Kot  $44^\circ$  pri meritvi 5 je najmanjši kot, kjer je prišlo do zadetka koša. To se je zgodilo, če je bila hitrost med 5,290 m/s in 5,307 m/s. Hitrostni interval je širok samo 0,017 m/s, vseeno pa mi je uspelo zadeti koš šest-krat zapored. Rezultati streljanja na koš, zbrani v Tabeli 5, nakazujejo, da manjši kot je kot, ožji je hitrostni interval za zadetek.

Tabela 5: Streljanje na koš, odvisnost hitrostnega intervala za zadetek od kota strela

Meritev po Tabeli 4	Kot ( $^{\circ}$ )	Hitrostni interval za zadetek (m/s)	Velikost intervala (m/s)
5	44	5,290 – 5,307	0,017
4	46	4,795 – 4,800	0,005
7	48	6,017 – 6,030	0,013
4	53	4,797 – 4,814	0,017
5	53	5,300 – 5,320	0,020
6	54,5	5,800 – 5,825	0,025
3	60,5	5,019 – 5,042	0,023
2	63	4,526 – 4,552	0,028
1	68	4,039 – 4,069	0,030

Rezultati v Tabeli 5 temeljijo na vsaj desetih strelih pri posamezni meritvi, tako zadetih kot zgrešenih. Pri iskanju mej sem tudi spremenjal nastavitev gumba Range na metalcu, a ker zelo fina nastavitev hitrosti ni možna, so lahko mejne vrednosti tudi drugačne od navedenih.

Pri manjših kotih dobro velja, da izračunane vrednosti pripeljejo do zadetka. Pri večjih kotih, meja je po Tabeli 5 pri  $53^{\circ}$ , je za zadetek potrebno povečati hitrost za nekaj stotink m/s, prav tako pa tudi pri meritvi 7, ko je kot sicer  $48^{\circ}$ , a imamo strele na največji razdalji z največjo hitrostjo. Ta meritev je še posebej zanimiva, saj sem zadel kar devet strelov zapored, preden je hitrost padla izven intervala za zadetek. Glavni razlog za neuspešne strele je nihanje hitrosti in posledično razlike v dometu, odstopanja v smeri pa so zelo majhna, skoraj zanemarljiva. Če sem že zgrešil smer, je bila to večinoma posledica premika metalca, ko pri strelih pritiskaš na gumba Arm in Launch.

Moj cilj je določiti takšne vrednosti količin, da bi imel veliko možnosti zadeti koš »iz prve«. Zato je bolje streljati na koš pri večjih kotih, recimo okoli  $60^{\circ}$ , ker je možen zadetek pri večjem razponu hitrosti, iz meritev pa je razvidno, da mora biti hitrost pri takšnih kotih nekoliko večja od teoretične vrednosti. Da bi prišel do boljše ocene tega povečanja hitrosti, sem pri vseh testnih

razdaljah od enega do treh metrov izvedel streljanje pri kotu  $60^\circ$  in beležil hitrosti zadelkov. Rezultati v Tabeli 6 temeljijo na šestih zadelih strelih pri posamezni razdalji.

Tabela 6: Ujemanje teoretičnih vrednosti hitrosti z izmerjenimi

Razdalja (m)	Kot ( $^\circ$ )	Hitrost-teoretično (m/s)	Povprečna hitrost zadelkov (m/s)
1	60	3,70	3,695
1,5	59,5	4,40	4,390
2	60,5	5,00	5,033
2,5	59,5	5,50	5,545
3	60	6,00	6,060

Po Tabeli 6 je ujemanje dobro do hitrosti 4,4 m/s, potem pa približno velja:

- Hitrosti med 4,5 in 5,0 m/s prištejemo 0,025 m/s
- Hitrosti med 5,0 in 5,5 m/s prištejemo 0,040 m/s
- Hitrosti med 5,5 in 6,0 m/s prištejemo 0,055 m/s.

Hitrost na metalcu lahko nastavimo z nekaj prakse na 0,010 m/s natančno, same hitrosti pa potem pri zaporednih strelih nihajo po intervalu širine približno 0,020 m/s, občasno kakšen strel tudi več. Razdalja je izmerjena na 2 mm, višinska razlika pa na 1 mm natančno. Zelo se pozna natančnost kota, s pomočjo mobitela dosežemo natančnost približno  $0,2^\circ$ , svoje pa prispevajo tudi napake pri računanju in zaokrožanju rezultatov. Za serijo uspešnih strelov je zato potrebno tudi nekaj sreče z nastavitevami, vsaj pri luknjici premera samo 4 cm.

#### 4.5 Končni preizkus

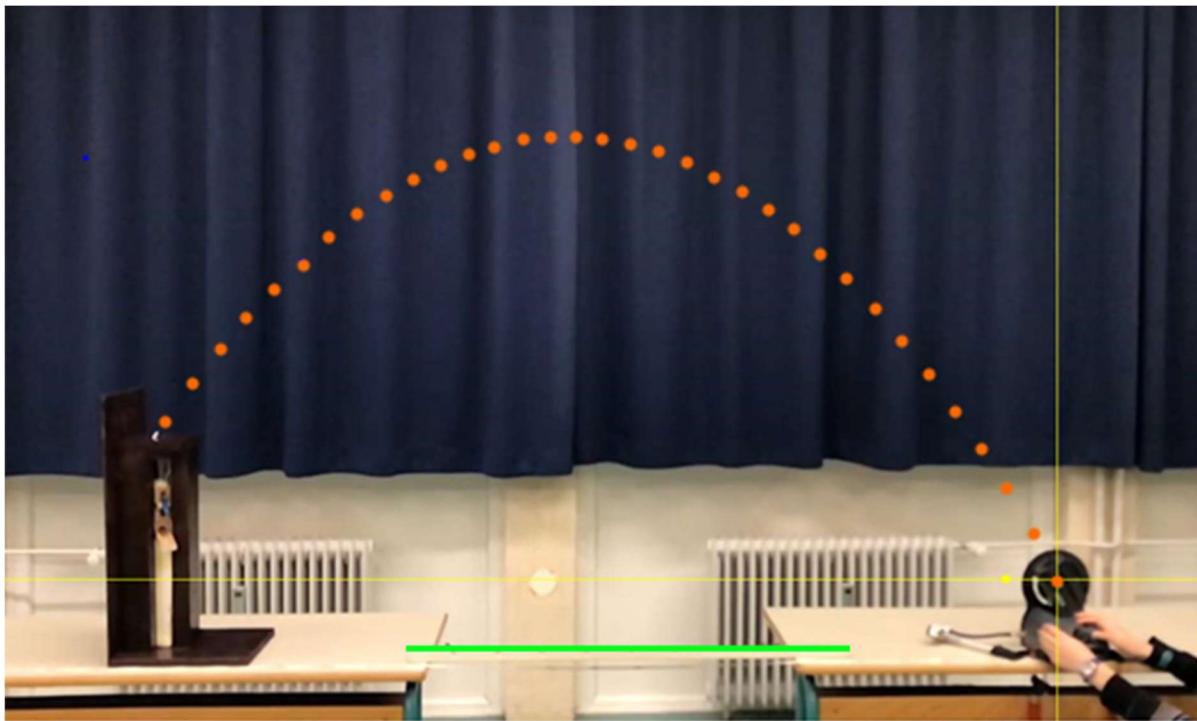
Vse pridobljeno znanje, izkušnje in zanesljivost metalca kroglic sem preizkusil na naslednji način. Koš sem postavil na poljubno razdaljo, izbiral sem na intervalu od 1 m do 3,35 m stran od metalca. V dveh primerih sem obdržal višinsko razliko 0,3 m, v enem primeru pa sem tudi to spremenil. Razdaljo sem izmeril in nato z računalniškim programom poiskal hitrost, ki omogoča zadelek koša pri kotu najbližje  $60^\circ$ . Tej hitrosti sem prištel še dodatek zaradi strela pod velikim kotom. Nato sem z nekaj streli (običajno je potrebno 5 ali 6 strelov) dosegel željeno hitrost in poravnal smer. Če sem ocenil, da je možnost zadelka velika, potem sem izvedel 10

strelov brez kakršnih koli korekcij in beležil uspešnost. Včasih pa je bilo očitno, da pri izbranih nastavitevah do zadetkov ne bo prišlo. Glavni razlog za to vidim v nenatančnosti kota. Ker nima smisla streljati mimo koša, sem izvedel še zadnjo korekcijo hitrosti. V dveh primerih je bilo potrebno povečanje za približno 0,020 m/s in potem sem izvedel 10 testnih strelov. Rezultati preizkusov so v Tabeli 7.

Tabela 7: Uspešnost serije desetih strelov, koš z odprtino premera 4 cm

Razdalja (m)	Višinska razlika (cm)	Izračunana hitrost (m/s)	Povprečna hitrost strelov (m/s)	Streli	Uspešnost
1,83	30	4,775	4,780	O O O O O O X O O	9/10
2,10	36,4	5,140	5,155*	O O O O X O X O O O	8/10
2,75	30	5,755	5,780*	O X O X O O O O O O	8/10

Zvezdica \* pomeni korekcijo hitrosti nad izračunano vrednost, da se je dosegel zadetek.



Slika 20: Tir kroglice pri zadetku koša na razdalji 2,1 m, višina 36,4 cm, hitrost 5,1 m/s, kot 60°, druga meritev v Tabeli 7. Zelena črta na sredi meri 1 m za lažjo oceno razdalje. Video posnetek z 240 slikami na sekundo je bil obdelan v programu LoggerPro. Točke si sledijo v časovnih razmikih 1/40 sekunde. Bela točka nad košem je kroglica tik pred padcem v luknjico.

## 5 RAZPRAVA

Koš z luknjico premera 4 cm se je izkazal za dobro izbiro. Dosegel sem veliko zadetkov, po drugi strani pa tudi veliko zgrešenih strelov, ki so pokazali meje natančnosti.

V prvi hipotezi sem predpostavil, da zračni upor ni pomemben dejavnik pri streljanju kroglic. Vpliv upora zraka na izstreljeno telo je tem večji, čim večja je hitrost in čim daljša je pot telesa, posledica pa je krajsi domet. Meritve so pokazale, da pri hitrosti 4,5 m/s in kotu 60° domet začne padati, pri hitrosti 6 m/s pa že pri kotu 50°. To je v skladu z učinkom zračnega upora. A kroglico sem izstrelil tudi s hitrostjo 6 m/s pod kotom 45° kar 3,7 m daleč. Izmerjeni domet se je kljub veliki hitrosti in dolgi poti kroglice popolnoma ujel s teoretično določeno vrednostjo. Enako je bilo pri vodoravnem metu, kjer sem streljal z največjo hitrostjo 6,3 m/s. Učinka zračnega upora vse meritve torej ne podpirajo. Ali je krajsi domet pri velikih kotih posledica kakšnega drugega dejavnika?

V drugi hipotezi sem predpostavil, da bo pri večjem od obeh kotov več zadetkov. To se je potrdilo tako v teoriji kot praksi. Pri kotih pod 44° sploh nisem dosegel zadetka koša. Sicer pa se je potrdilo, da je pri večjem kotu večji interval hitrosti za zadetek. Ker hitrost strelov niha, se s tem izboljšajo možnosti za zadetek.

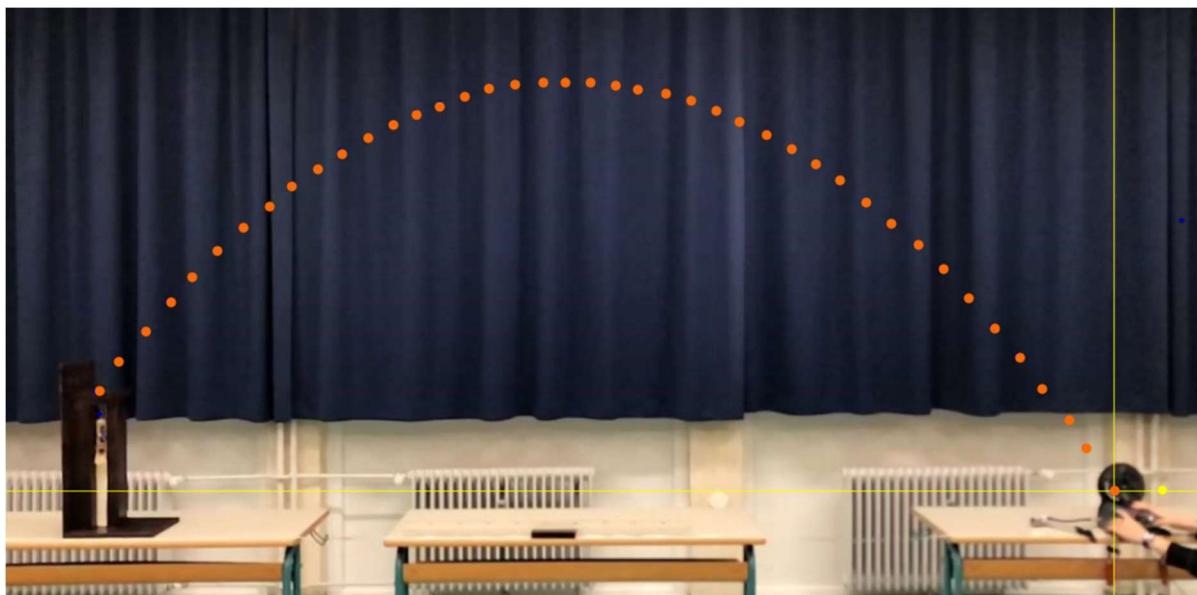
V tretji hipotezi sem predpostavil, da se bo z razdaljo število zadetkov zmanjševalo. Čeprav sem pričakoval, da bom to hipotezo zlahka potrdil, rezultati kažejo nasprotno. Število zadetkov koša na testnih razdaljah med 1 m in 3,35 m ni odvisno od razdalje. Pri razdalji 3,35 m do koša sem dosegel devet zaporednih zadetkov, kar ni uspelo pri večini krajsih razdalj, hipotezi pa nasprotujejo tudi rezultati končnega preizkusa v Tabeli 7. K neodvisnosti števila zadetkov od razdalje verjetno močno pripomore zelo dobro držanje smeri strelov.

Da bi popolnoma izpolnil svoj cilj – na metalcu nastavil ustrezno hitrost in kot, ustrelil in zadel – pa je malo zmanjkalo. Prišel sem zelo blizu, v končnem preizkusu je uspelo enkrat, dvakrat pa je bil potreben še minimalen popravek hitrosti. Metalec kroglic enostavno ne omogoča dovolj natančne nastavitev kota in hitrosti za zadetek luknjice premera 4 cm samo iz teoretično določenih vrednosti.

Zato sem vrhnjo ploščico z odprtino 4 cm (2,3-kratni premer kroglice) zamenjal s ploščico z odprtino 5,3 cm (3-kratni premer kroglice) in ponovil drugo streljanje v Tabeli 7 (razdalja 2,1 m in višinska razlika 0,364 m). Razdalja in kot sta bila na novo izmerjena in nastavljeni (vmes

so bila streljanja z drugimi nastavivtiami). Tokrat je kroglica pri priporočeni hitrosti 5,140 m/s gladko zadela in tako je bilo s celo serijo desetih strelov, uspešnost 10/10. Hitrostni interval se je zaradi večje luknje razširil vsaj na 0,040 m/s (med 5,110 m/s in 5,150 m/s), očitno pa mi je tokrat tudi bolje uspela nastavitev kota. Hotel sem preizkusiti še skrajne meje, zato sem koš postavil na razdaljo 3,6 m pri višinski razliki 0,364 m, Slika 24. S pomočjo računalniškega programa sem izbral hitrost 6,4 m/s in kot 56°. V tem območju nisem določal povečanja hitrosti, zato sem šel s hitrostjo od 6,400 m/s počasi navzgor. Ko sem dosegel hitrostni interval (6,430 – 6,440) m/s, sem dosegel uspešnost 10/10. Opazil sem, da je pri večjih tlakih v sistemu hitrost bolj stabilna, nihanja so manjša, zato se verjetnost za zadetek z razdaljo ne zmanjšuje.

Hitrost kroglice je zagotovo odvisna od temperature pnevmatskega sistema (metalec in tlačilka). Po seriji strelov, ko se tlačilka nekoliko segreje (občutimo na dotik), hitrost nekoliko pada. Ko po kakšni uri prekinitev nadaljujemo s streljanjem z nespremenjenimi nastavivtiami, je hitrost za (0,020 – 0,030) m/s višja. Potrebnih je približno 10 zaporednih strelov, da pride sistem na delovno temperaturo, občasno pa tudi to ni dovolj in je potrebno posredovati z vrtenjem gumba Range.



Slika 21: Tir kroglice pri zadetku koša na razdalji 3,6 m, višina 36,4 cm, hitrost 6,4 m/s, kot 56°. Dolžina mize je 1,2 m za lažjo oceno razdalje. Video posnetek z 240 slikami na sekundo je bil obdelan v programu LoggerPro.

Točke si sledijo v časovnih razmikih 1/40 sekunde.

## 6 ZAKLJUČEK

Mislim, da sem z množico strelov, meritvami dometov in štetjem zadetkov koša dobro preučil prednosti in slabosti Vernierjevega metalca kovinskih kroglic. Pod slabosti lahko štejem nihanje hitrosti strelov, odvisnost hitrosti od temperature, premalo natančno nastavitev kota. Dobro pa je to, da so nihanja hitrosti tako majhna, da segajo razlike v dometu do 2 cm. Zelo dobro metalec drži smer strelov, odstopanje levo – desno je manj kot 1 cm tudi pri razdaljah več kot 3 m. Nastavitve kota pa lahko izboljšamo z uporabo mobilnega telefona in ustrezne aplikacije. Streljal sem pri večjih hitrostih in precej večjih razdaljah, kot jih priporoča proizvajalec. Tudi v tem primeru se je metalec dobro obnesel, hitrost je celo bolj stabilna pri hitrostih nad 6 m/s, zato se število zadetkov koša z razdaljo ne zmanjšuje. Koš z odprtino premera 4 cm se je izkazal za nekoliko premajhnega, da bi lahko računal na zanesljiv zadetek samo iz teoretičnih napovedi. Nenatančnost hitrosti in kota je prevelika. S košem z odprtino premera 5,3 cm, kar je 3-kratni premer kroglice, pa sem izpolnil tudi ta cilj. Edino vprašanje, na katerega meritve niso dale jasnega odgovora, je vpliv zračnega upora na domet kroglice. Zakaj se domet pri izbrani hitrosti pri kotu  $45^\circ$  popolnoma sklada s teoretično vrednostjo, pri kotu  $60^\circ$  pa ne? Tako hitrost kot dolžina tira sta v obeh primerih zelo podobna. Ker pa sem moral pri strelilih na koš na razdaljah nad 2 m povečati hitrost za zadetek nad teoretično določeno vrednost, se bolj nagibam k ugotovitvi, da je zračni upor pomemben dejavnik, ki vpliva na doseg kroglice.

Natančnost metalca me je vedno znova presenečala, kar me je spodbujalo k novemu raziskovanju in zamišljjanju novih preizkusov. Ob izdelavi raziskovalne naloge sem se naučil veliko o gibanju teles, v formulah za izračune pa se skriva nekaj matematike, ki jo bom prav spoznal šele v naslednjih letih šolanja. Najbolj sem užival pri preizkusih, ko sem desetkrat ustrelil na koš in štel zadetke. Mislim, da mi je nekaj znanja o računalniškem programiraju prišlo zelo prav, saj so mi programi močno olajšali delo.

Raziskovalna naloga je osnova, na podlagi katere so nastala navodila za eksperimentalne vaje dijakov Šolskega centra Velenje pri pouku fizike pri obravnavi krivega gibanja. Navodila se zgledujejo tako po načinu merjenja dometov kot streljanju na koš. Navodila so na več nivojih zahtevnosti, najvišji nivo je izračun vseh količin za zadetek koša in potem potrditev pravilnosti s strehom kroglice na koš. Učitelj lahko na podlagi ugotovitev o natančnosti strelov v tej nalogi tudi preverja natančnost dijakov pri eksperimentalnem delu.

## 7 POVZETEK

Vernierjev metalec kovinskih kroglic je učilo za preučevanje vodoravnega in poševnega meta. Z njim lahko izstreljujemo kroglice pod različnimi koti vse do hitrosti 7 m/s. Zaradi dobre ponovljivosti strelov sem pomislil, da bi z njim lahko natančno zadeval ustrezno prilagojen koš. Za izdelavo primernega koša pa sem potreboval točne podatke o natančnosti strelov, ki sem jih pridobil z merjenjem dometa pri vodoravnem in poševnem metu. Po analizi rezultatov sem se odločil za izdelavo 0,5 m visoke lesene konstrukcije, na vrhu katere je ploščica z odprtino premera 4 cm, kar je 2,3-kratni premer kroglice. Pri streljanju, ko kroglica in koš nista na isti višini, postanejo enačbe za izračune matematično precej zahtevne. Zato sem napisal računalniški program, ki mi je bil v veliko pomoč pri določanju ustrezne hitrosti in kota za zadetek koša.

S streljanjem na koš pri različnih razdaljah, hitrostih in kotih sem ugotovil naslednje. Večja kot sta bila hitrost in kot, bolj sem moral povečati hitrost nad teoretično določeno vrednost, da sem dosegel zadetek. To pomeni, da je zračni upor pomemben dejavnik, ki vpliva na domet kroglice. Streli pod večjim kotom pomenijo večjo možnost zadetka, saj je hitrostni interval za zadetek večji. Metalec zelo dobro drži smer, zato je strel neuspešen takrat, ko hitrost zaniha izven intervala za zadetek. So pa ta nihanja manjša pri velikih hitrostih nad 6 m/s, ko je velik tlak v pnevmatskem sistemu. Zato se z večanjem razdalje število zadetkov ne zmanjšuje. Se je pa odprtina s premerom 4 cm izkazala za nekoliko premajhno, če sem hotel samo iz teoretično določenih vrednosti zadeti koš. Nenatančnost v nastavitevah hitrosti in kota je prevelika. Se je pa v tem smislu že zelo dobro obnesel koš z odprtino premera 5,3 cm, kar je 3-kratni premer kroglice. Ko sem dosegel željene nastaviteve, sem bil pri strelih stoodstotno uspešen.

Na osnovi te raziskovalne naloge je nastalo navodilo za eksperimentalne vaje dijakov pri pouku fizike pri obravnavi krivega gibanja.

## 8 ZAHVALA

Za pomoč pri raziskovalni nalogi se zahvaljujem mentorjema Petru Jevšenaku in Dejanu Zupancu. Za lektoriranje naloge se zahvaljujem učiteljici slovenščine Katji Golavšek, za lektoriranje angleškega besedila pa mag. Nataši Makovecki. Rad bi se zahvalil tudi svoji družini za podporo.

## 9 VIRI IN LITERATURA

1. Bon Klanjšček, M., Dvoržak, B., Felda, D., 2010. Matematika 2: učbenik za gimnazije. DZS, Ljubljana.
2. Mohorič, A., Babič, V., 2012. Fizika 1: Učbenik za fiziko v 1. letniku gimnazij in štiriletnih strokovnih šol. Mladinska knjiga Založba, d.d..
3. Spletna stran Vernier  
<https://www.vernier.com/product/vernier-projectile-launcher/> (19.1.2020)